

SIMBOLURI V. 1.0
FRAGMENT cu ADAOSURI

SECTIVNEA DE AVR
sau
DUMNEZEIASCA PROPORȚIE

ELEMENTE DE BAZĂ



Deșerți sunt din fire toți aceia care nu cunosc pe Dumnezeu
și care nu știu, plecând de la frumusețile văzute, să vadă pe Cel Care Este,
nici din cercetarea lucrurilor Sale să înțeleagă pe Meșter.

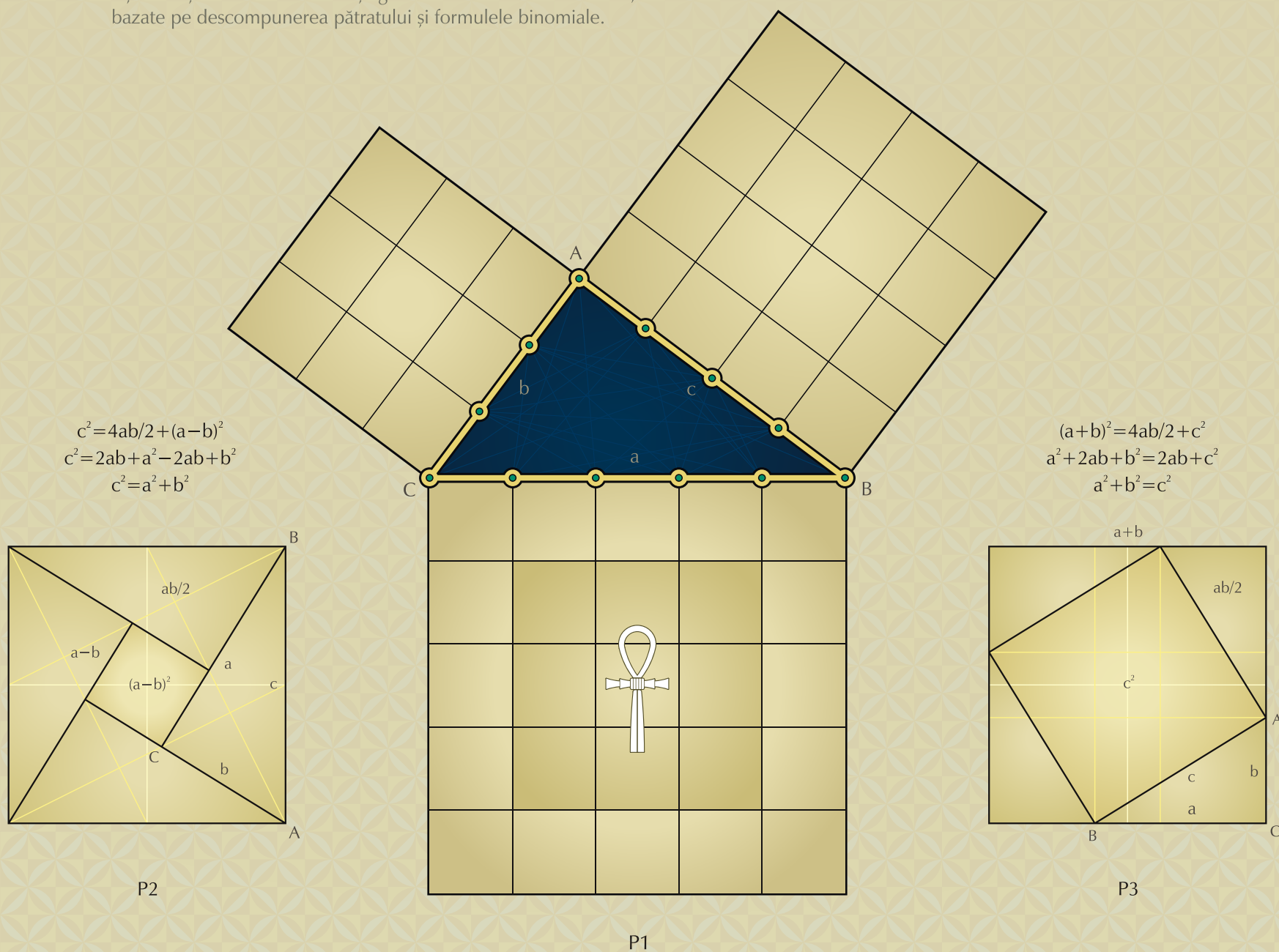
Cartea înțelepciunii
lui Solomon
13:1



TEOREMA „LUI PITAGORA”
demonstrația ei grafică în cazul particular al „triunghiului egiptean”

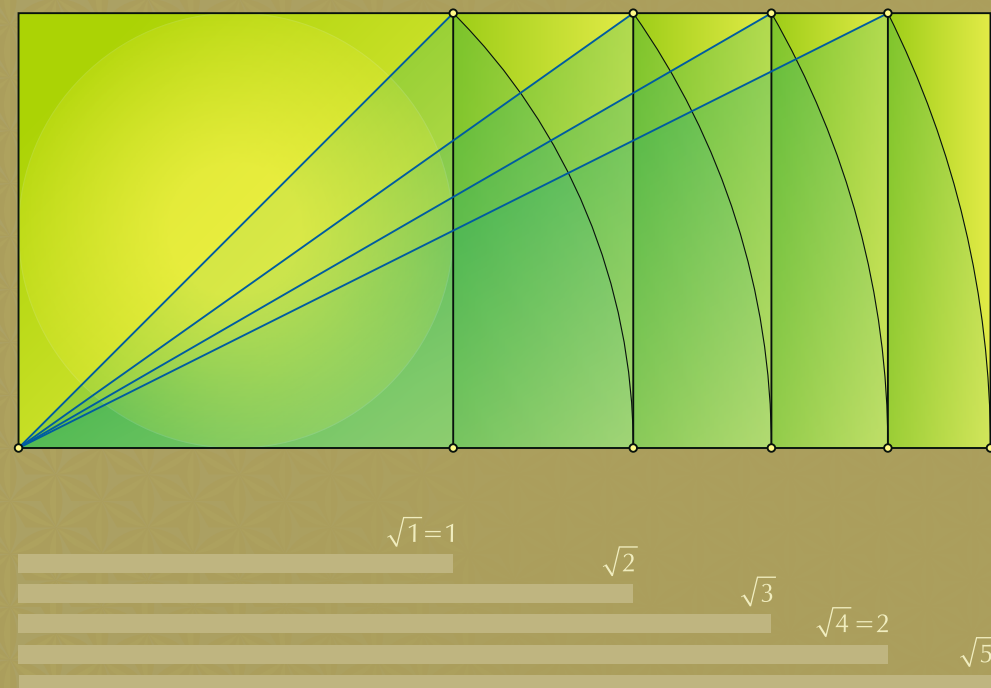
Pătratul ipotenuzei este egal cu suma pătratelor catetelor: $a^2 = b^2 + c^2$ - fapt mai mult decât evident în construcția centrală P1.
„Triunghiul sacru egiptean”, cu laturile de măsuri egale sau proporționale cu 3, 4 și 5 este singurul triunghi dreptunghic ale cărui măsuri ale laturilor formează o serie aritmetică, de unde și denumirea lui alternativă de triunghi „aritmetic”.
Forma laturilor triunghiului vrea să trimită la frânghia împărțită cu noduri în douăsprezece segmente egale, folosită în Egiptul antic de însuși faraon la trasarea ceremonială pe teren a planului unui nou templu, și de arpedonapți la trasarea unghiurilor drepte și dreptunghiurilor în parcelarea terenurilor agricole.

Construcțiile P2 și P3 sunt demonstrații grafice alternative ale teoremei, bazate pe descompunerea pătratului și formulele binomiale.



- •••, mică enciclopedie matematică, I. Matematici elementare, 7. Geometrie plană, p.99, 100
→ Matila C. Ghyka, *Esthétique des proportions dans la nature et dans les arts*, p.65
→ H. E. Huntley, *The Divine Proportion*, Chapter VI: Beauty in Mathematics, p.85
→ Adrian Snodgrass, *Architettura, tempio, eternità*, p.266

DREPTUNGHIURI „STATICE” și „DINAMICE”



→ Jay Hambidge, *The Elements of Dynamic Symmetry*, lecția 1, fig.1, p.18-24
 → Matila C. Ghyka, *The Geometry of Art and Life*, planșa XLVI

Figura din stânga este construcția de-acum clasică / iconică a „seriei dreptunghiurilor dinamice”. În pagina următoare, acestea, împreună cu dreptunghiul „de aur” ($1:\Phi$) sunt prezentate alăturate, pentru o percepție și înțelegere mai ușoară a lor.

1. Construcția are ca figură inițială triunghiul dreptunghic ABD, cu catetele AB și AD egale între ele, iar măsura lor considerată unitate pentru scopurile de aici. Dreptunghiul corespondent este pătratul ABCD cu laturile verticale și orizontale în raport de 1:1.

1:1

2. Din ABCD diagonala XC a jumătății lui e folosită pentru construcția dreptunghiului „de aur” $AR_2S_2T_2$, împărțit de BB' în reciprocul lui, $BB'S_2T_2$ și gnomonul lui, pătratul $AR_2B'B$.

1: Φ

3. Ipotenuza triunghiului ABD, cu valoare $\sqrt{2}$, rotită în jurul lui D generează pe prelungirea lui DC punctul E, DE fiind astfel cateta de măsură $\sqrt{2}$ în triunghiul dreptunghic DEG în care cealaltă catetă, $DG = 1$ iar ipotenuza $GE = \sqrt{3}$. Astfel dreptunghiul corespondent este DEFG cu laturile în raport de $1:\sqrt{2}$.

1: $\sqrt{2}$

4. Operația anterioară este repetată, cu ipotenuza GE rotită în jurul lui G, având ca rezultat cateta $GH = \sqrt{3}$ a triunghiului dreptunghic GHJ și dreptunghiul corespondent GHJ de raport $1:\sqrt{3}$.

1: $\sqrt{3}$

5. Ipotenuza JH a triunghiului dreptunghic GHJ are lungime dublă față de cateta JH = 1, fapt verificat de arcul de centru J și rază JH care trece prin D, JH fiind astfel egal cu JG + GD = 2. Arcul construit generează pe prelungirea lui JI, punctul K, JK fiind cateta de valoare 2 a triunghiului JKM.

1:2

Dreptunghiul corespondent este JKLM cu laturile în raport de 1:2, fapt verificat suplimentar de $B'C'$, prelungirea laturii superioare a pătratului ABCD, care trece prin punctul de intersecție a diagonalelor JL și KM.

6. Ultimul în serie este triunghiul dreptunghic MNR, cu cateta verticală de valoare $\sqrt{5}$, creată prin rotirea la verticală în jurul punctului M a ipotenuzei triunghiului JKM, dreptunghiul corespondent MNPR, având laturile în raportul $1:\sqrt{5}$.

1: $\sqrt{5}$

7. Pentru examinarea suplimentară a relației dintre $\sqrt{5}$ și Φ am mai construit un dreptunghi „de aur”:

a. Arcul de cerc cu centrul în M și de rază $MK = \sqrt{5}$, folosit în construcția precedentă intersectează în punctul C' verticala ridicată din U.

1: Φ

b. $MC' = MN = MK = \sqrt{5}$ așa că $X_2C_2 = \frac{\sqrt{5}}{2}$ rotit în jurul lui X_2 generează

pe R_1P punctul S_1 , R_1S_1 fiind egal cu Φ iar R_1S_1TU având laturile în raportul Φ .

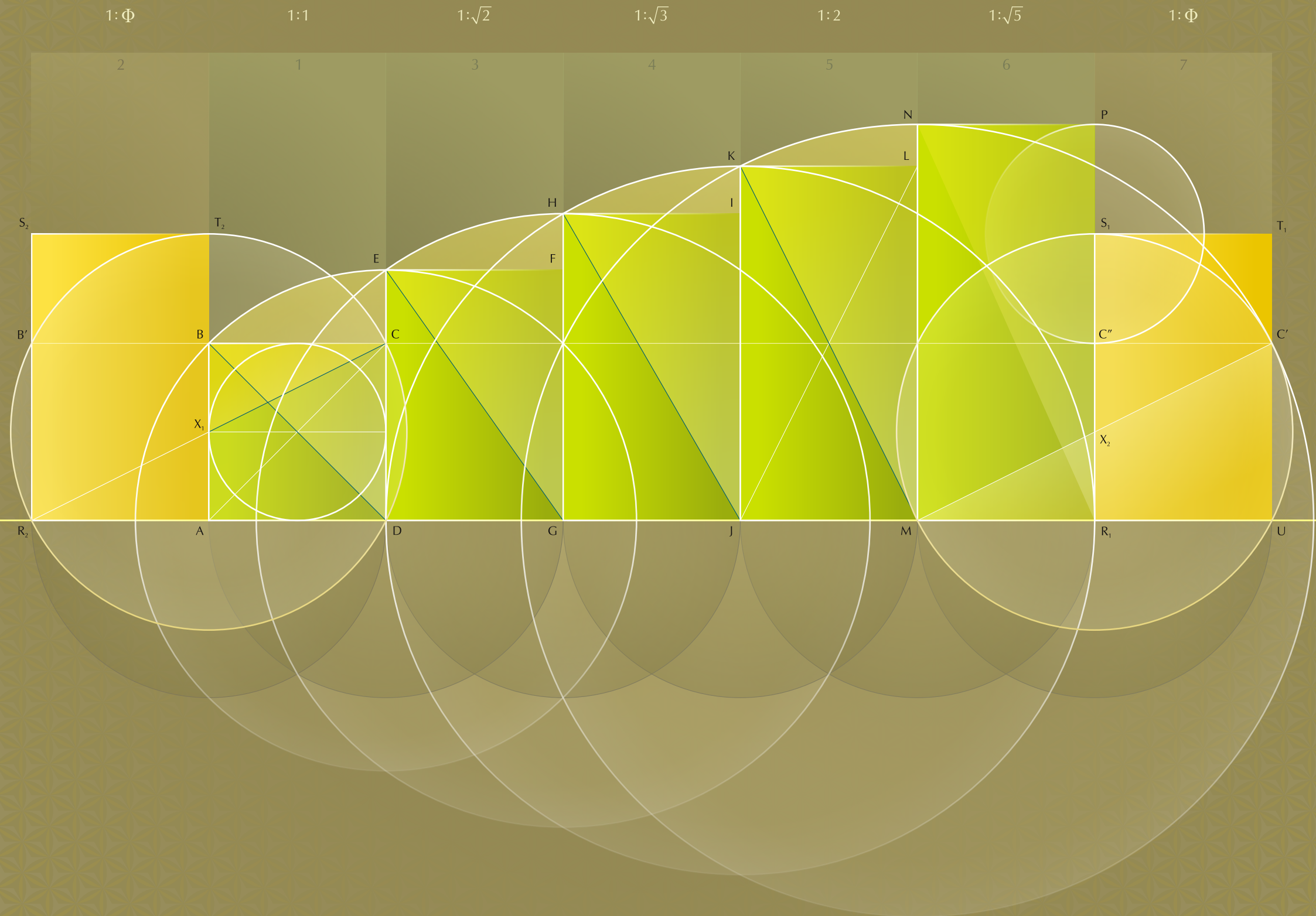
Tot aici poate fi verificată încă o dată valoarea lui $\frac{1}{\Phi}$:

$$R_1P = \sqrt{5} \quad R_1C'' = 1$$

$$C''S_1 = \frac{1}{\Phi} = S_1P$$

$$C''S_1 = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$$

TRIUNGHIURILE DREPTUNGHICE (și DREPTUNGHIURILE CORESPONDENTE) cu RAPOARTELE
ÎNTRE CATETE $1:1$, $1:\sqrt{2}$, $1:\sqrt{3}$, $1:2$ și $1:\sqrt{5}$ • DREPTUNGHIUL „DE AUR” cu LATURILE în RAPORT $1:\Phi$
UTILIZABILE PENTRU PROPORȚIONAREA în PLAN și SPAȚIU



RADICAL din DOI, RADICAL din TREI, RADICAL din CINCI și Φ

Toate figurile au ca bază de plecare o pereche de cercuri de raze egale, având centrele plasate fiecare pe circumferința celuilalt și, pentru o „citire” mai ușoară a figurilor, pe o dreaptă orizontală. Segmentul care unește centrele cercurilor (raza lor comună) se constituie ca măsură de referință = 1.

Construcțiile sunt prezentate în ordinea complexității lor, pe orizontală de la stânga-sus la dreapta-jos.

Demonstrațiile se bazează pe teorema „lui Pitagora” care stabilește că într-un triunghi dreptunghic pătratul ipotenuzei este egal cu suma pătratelor catetelor (vezi p.01).



RADICAL din TREI

1. Intersecția în B₁ și B₂ a cercurilor de bază face posibilă construcția triunghiurilor echilaterale A₁A₂B₁ și A₁A₂B₂.

2. Prin prelungirea laturilor B₁A₁ și B₁A₂ a triunghiului A₁A₂B₁ se obțin punctele C₁ și C₂, pe baza cărora pot fi construite triunghiurile echilaterale A₁C₁B₂ și A₂B₂C₂.

E ușor de observat că toate triunghiurile construite sunt egale între ele, având laturile egale cu raza celor două cercuri. În consecință, în triunghiul dreptunghic B₁B₂C₂ (B₁B₂C₁):

cateta B₂C₂ = 1 ipotenuza B₁C₂ = B₁A₂ + A₂C₂ = 2

cateta B₁B₂ = $\sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$

RADICAL din DOI

În pătratul A₁A₂BC (vezi construcția pătratului dată fiind măsura laturii lui), diagonala A₁B este ipotenuza triunghiului dreptunghic A₁A₂B.

În acesta, cele două catete fiind A₁A₂ = A₂B = 1, conform teoremei lui Pitagora A₁B = $\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$

RADICAL din CINCI

Din construcțiile pentru $\sqrt{3}$ și $\sqrt{2}$, în dreptunghiul ABCD BC = DA = 1 iar AB = CD = 2.

Diagonala BD fiind ipotenuza triunghiului dreptunghic ABD, BD = $\sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$

SECȚIUNEA de AUR

Se numește Secțiunea de Aur raportul între măsurile a două segmente de dreaptă M și m, care satisface egalitatea :

$$\frac{M}{m} = \frac{M+m}{M}$$

Cum în orice proporție matematică produsul mezilor (m și M+m) este egal cu produsul extremilor (M și M), rezultă că

$$m(M+m) = M^2$$

1. În pătratul A₁A₂BC, trasează un segment de dreaptă care unește B cu centrul O al laturii A₁A₂.

Din construcția lui $\sqrt{5}$ rezultă că OB = $\frac{\sqrt{5}}{2}$

2. Construiește un arc de cerc cu centrul în O și de rază OB care intersectează prelungirea segmentului A₁A₂ în P.

$$OC = OP = \frac{1}{2} \quad \text{iar} \quad A_1O = \frac{A_1A_2}{2} = \frac{1}{2}$$

$$A_1P = \frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{5}+1}{2} = 1,6180339887...$$

... zeroul de după a treia zecimală oferind posibilitatea unei prescurtări aproximative foarte convenabile la 1,618. Raportul este notat cu Φ și numit Secțiunea de Aur.

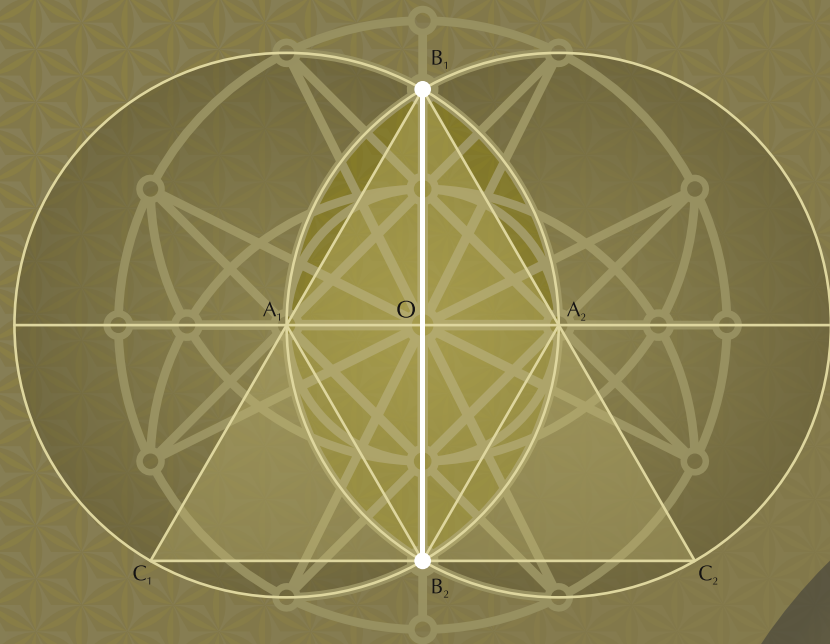
$$A_2P = A_1P - 1 = 0.618 - \text{raport notat cu } \frac{1}{\Phi}$$

Dacă în egalitatea din fraza de la început înlocuim M cu A₁A₂ și m cu A₂P, atunci poate fi verificată proporția:

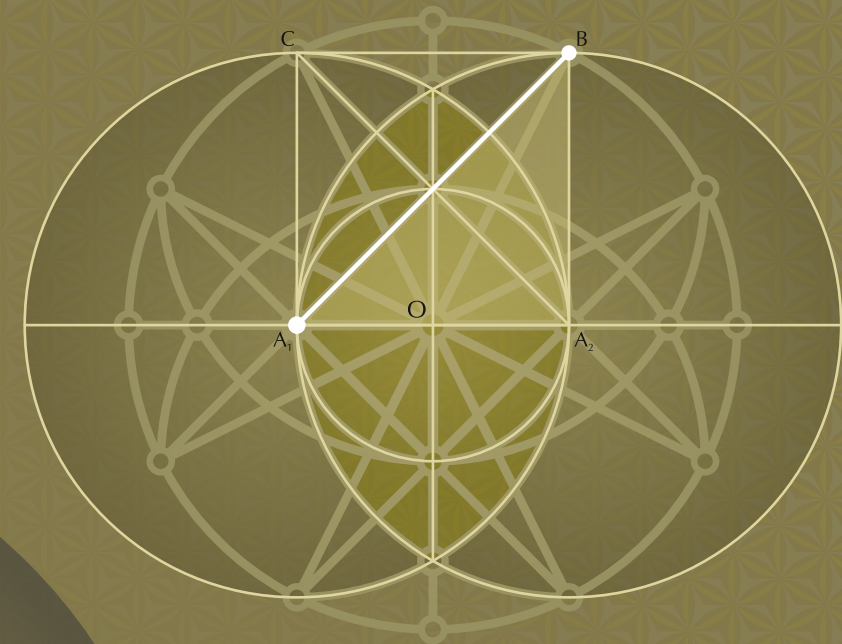
$$\frac{A_1A_2}{A_2P} = \frac{A_1A_2 + A_2P}{A_1A_2} \quad \frac{1}{0,618} = \frac{1,618}{1}$$

Construcția grafică din centrul paginii, repetată aici în stânga, se poate constitui ca supersemn cu rol mnemonic pentru învățarea geometriilor prezentate.

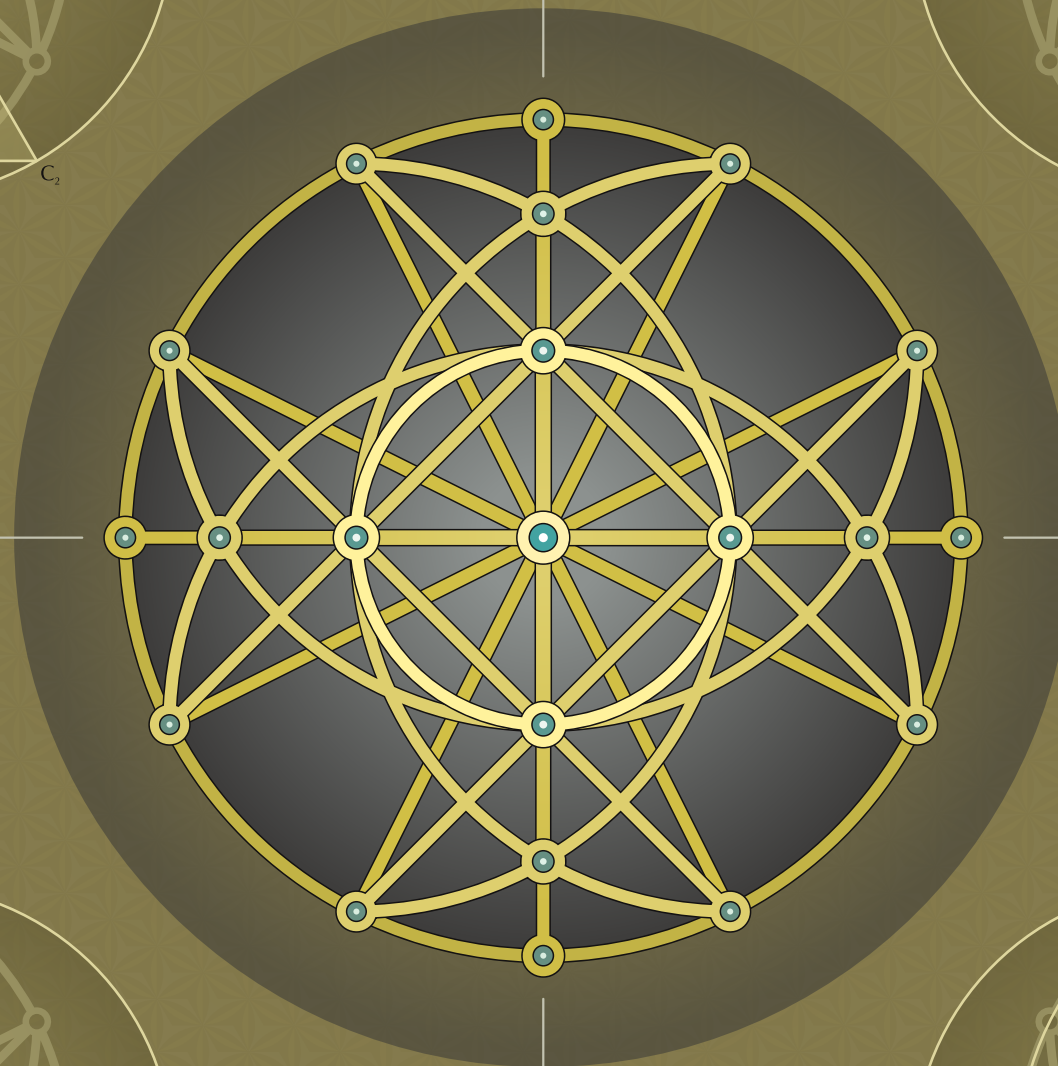
CONSTRUCȚIA SEGMENTELOR
DE LUNGIMI $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ și Φ



RADICAL din TREI

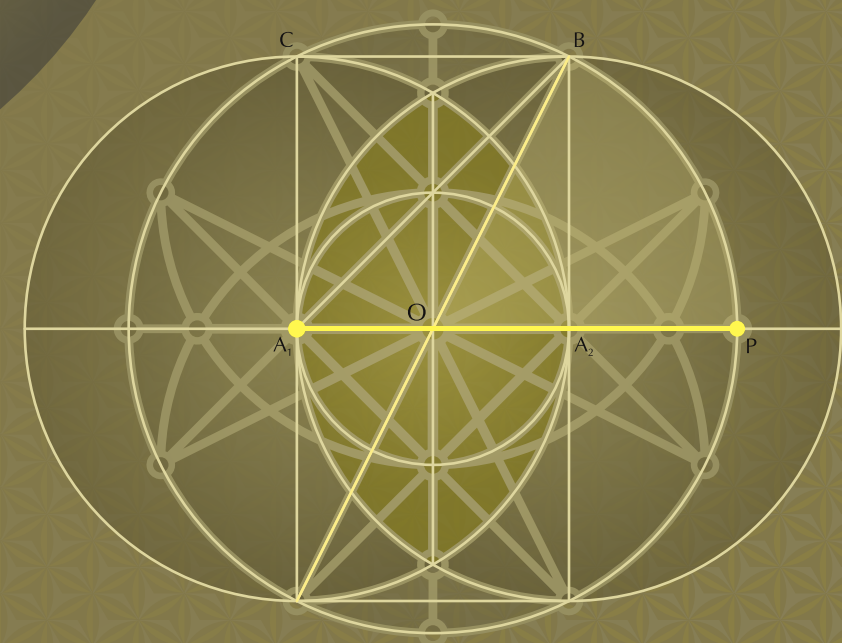
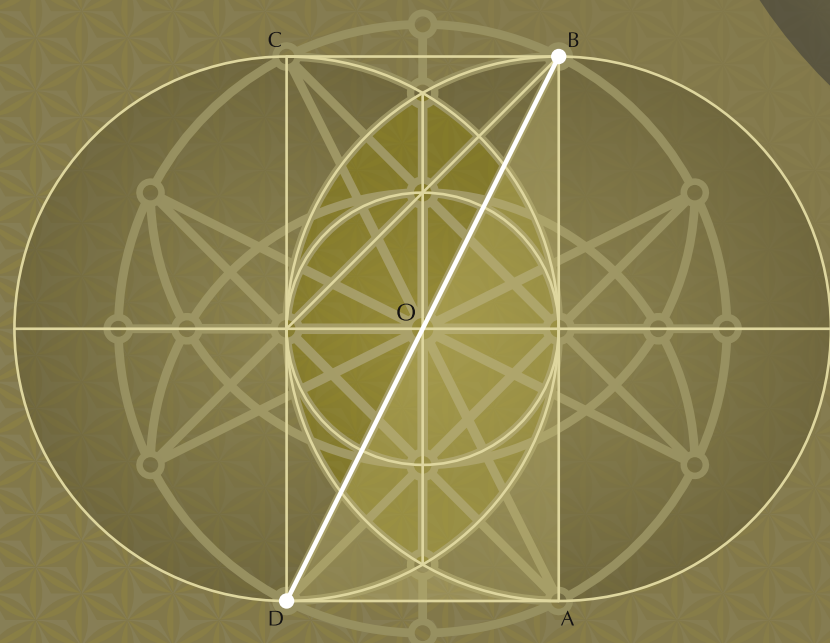


RADICAL din DOI

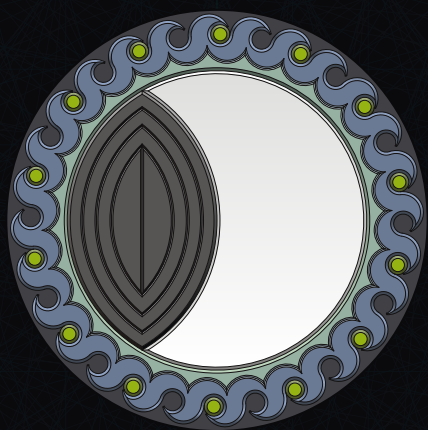
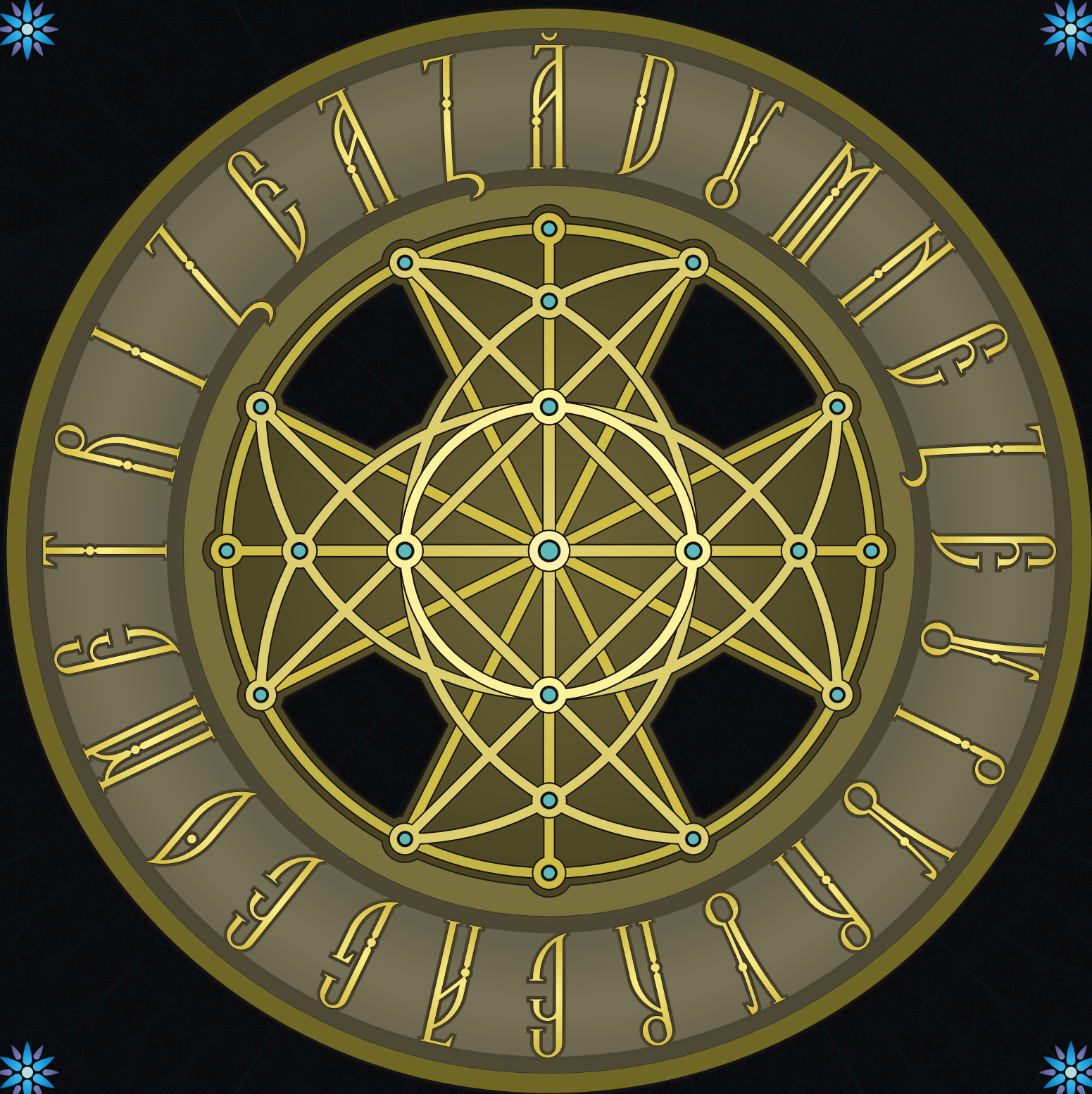


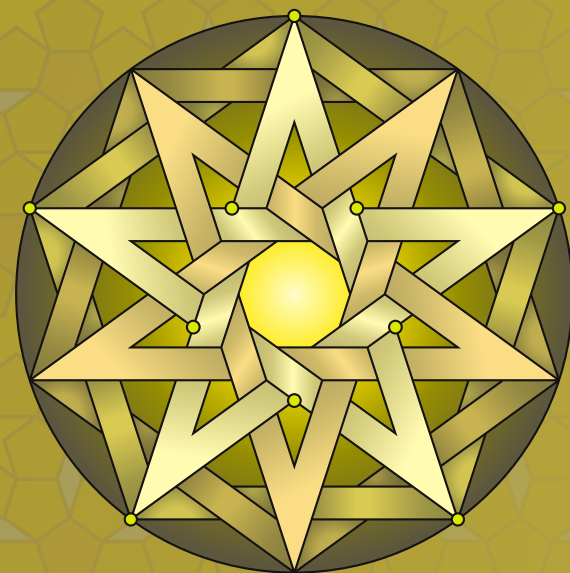
RADICAL din CINCI

SECȚIUNEA de AUR



→ Robert Lawlor, *Sacred Geometry, Workbook 3*, p.36, 37





→ Matila C. Ghyka, *The Geometry of Art and Life*
 → H. R. Radian, *Cartea proporțiilor*
 → Mario Livio, *The Golden Ratio*
 → Theodore Andrea Cook, *The Curves of Life*

SECȚIUNEA de AUR

Figura geometrică de pornire și referință este pătratul ABCD ale cărui laturi sunt considerate unitate de lungime pentru restul construcției.

A. Pentru a împărți AD în medie și extremă rație:

a. Unește A cu centrul laturii CD pentru a obține AE ($\frac{\sqrt{5}}{2}$).

b. Construiește cercul de centru E și rază ED (EC) din a cărui intersecție cu AE rezultă G.

c. Construiește cercul de centru A și rază AG care intersectează AD în H_1 .

$$\frac{AH_1}{H_1D} = \frac{AD}{AH_1} = \Phi (1,618)$$

Observă că $AH_1 = AH_2$ și $H_1D = H_2B$

B. Pentru a construi segmentul imediat superior ca lungime lui AD și aflat în raport Φ cu acesta:

a. Unește B cu centrul laturii AD pentru a obține BF ($\frac{\sqrt{5}}{2}$).

b. Construiește cercul de centru F și rază FB din a cărui intersecție cu prelungirea laturii AD rezultă L.

$$\frac{AD}{AL} = \frac{DL}{AD} = \Phi \text{ (vezi paginile anterioare)}$$

Observă că:

a. AL poate fi obținut și din construcția precedentă (A.c).

b. Dacă $BF = \frac{\sqrt{5}}{2}$ atunci $LR = \sqrt{5}$ (vezi construcția pentagonului regulat dată fiind măsura laturii lui).

Restul construcției prezentate arată cum, plecând de la o măsură dată, pot fi obținute pe baza lui Φ , serii armonice descrescătoare sau crescătoare de segmente, utilizabile la punerea în proporție a unei structuri plane sau tridimensionale.

Tot aici mai pot fi verificate câteva caracteristici ale Secțiunii de Aur:

$$1. DL = FL + FD$$

$$\text{Fiindcă } FL = FB = \frac{\sqrt{5}}{2} \text{ și } FD = \frac{AD}{2} = \frac{1}{2}$$

$$DL = \frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{5}+1}{2} = 1,618 (\Phi)$$

$$2. AL = FL - AF$$

$$\text{a. Fiindcă } FL = FB = \frac{\sqrt{5}}{2} \text{ și } AF = \frac{AD}{2} = \frac{1}{2}$$

$$AL = \frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{5}-1}{2} = 0,618$$

$$\text{b. Fiindcă } \frac{AD}{AL} = \frac{DL}{AD} \text{ și } DL = 1 + 0,618$$

$$\frac{1}{AL} = \frac{1,618}{1} \quad AL = \frac{1 \times 1}{1,618} = \frac{1}{\Phi}$$

$$\frac{1}{\Phi} = 0,618$$

$$3. DL = AD + AL = 1 + \frac{1}{\Phi} \quad \Phi = 1 + \frac{1}{\Phi}$$

$$4. LM = H_1D = AD - AH_1$$

$$\text{a. Fiindcă } AH_1 = AL = \frac{1}{\Phi} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

$$LM = 1 - \frac{1}{\Phi} = 1 - \frac{\sqrt{5}-1}{2} = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$$

$$\text{b. Fiindcă } AD = AM = 1 \text{ și } DL = \Phi$$

$$LM = AD + AM - DL = 2 - \Phi = 0,382$$

$$\text{c. Fiindcă } \frac{AD}{AL} = \frac{AL}{LM} \text{ și } AL = 0,618 = \frac{1}{\Phi}$$

$$LM = \frac{\frac{1}{\Phi} \times \frac{1}{\Phi}}{1} = \frac{1}{\Phi^2}$$

$$\frac{1}{\Phi^2} = 0,382 = 1 - \frac{1}{\Phi} = 2 - \Phi$$

$$5.a. \frac{DL}{AD} = \frac{DL+AD}{DL}$$

$$\text{Fiindcă } DL = \Phi, DS = AD = 1 \text{ și } \Phi = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

$$\frac{\Phi}{1} = \frac{\Phi+1}{\Phi} \quad \Phi^2 = 1(\Phi+1) = 2,618$$

$$\Phi^2 = \frac{\sqrt{5}+1}{2} + 1 = \frac{\sqrt{5}+3}{2}$$

$$\text{b. } LS = DL+DS = AL + AD + DS$$

$$LS = \Phi + 1 = \frac{1}{\Phi} + 1 + 1 = \frac{1}{\Phi} + 2$$

$$\Phi^2 = 2,618 = \Phi + 1 = \frac{1}{\Phi} + 2$$

$$\text{și în general: } \Phi^n = \Phi^{n-1} + \Phi^{n-2}$$

Cu toate că Secțiunea de Aur poate fi construită doar cu rigla și compasul, segmentele rezultate sunt practic incommensurabile iar Φ este un număr irațional. De asemenea, pe lângă straniețate unora din egalitățile prezentate, e de remarcat cum

$1/\Phi$, Φ și Φ^2 au părți raționale întregi diferite, dar aceeași parte zecimală transcendentă.

DREPTUNGHIUL de AUR

Dacă din dreptunghiul ABDF cu laturile în raport Φ , este separat pătratul ABCH, dreptunghiul CDFH rămas este asemenea cu dreptunghiul inițial, având și el laturile în raport Φ . În operația descrisă:

- a. pătratul este considerat gnomonul dreptunghiului ABDF, Dreptunghiul de Aur fiind singurul dreptunghi care are ca gnomon un pătrat, iar
- b. CDFH este considerat reciprocul dreptunghiului inițial.

Împărțirea poate fi continuată și în CDFH (din separarea pătratului CDEI rezultând dreptunghiul asemenea EFHI) ca și în toate celelalte dreptunghiuri următoare, cu rezultate identice.

Operația poate fi evident efectuată și în sens crescător: dacă unui dreptunghi cu laturile în raport Φ îi este alipit la latura mare un pătrat cu latura egală cu aceasta, dreptunghiul rezultat va fi identic cu primul, având și el laturile în raport Φ .

Curba trasată prin vârfurile A, C, E, ... ale pătratelor este o spirală logaritmică exprimată analitic prin ecuația $r = ae^{\theta \cot \alpha}$ (a cărei demonstrație aici ar depăși scopul expunerii).

„Cochilia” desenată este o aproximare a spiralei, fiind alcătuită din arce de cerc cu centrele în vârfurile H, I, J, ... ale pătratelor - spirala logaritmică nefiind tangentă la laturile dreptunghiurilor.

Punctul de intersecție al diagonalelor BF și DH se constituie ca origine a spiralei.



TRIUNGHIUL de AUR

În pentagoanele convex și stelat ABCDE, triunghiul isoscel ABD are laturile:

$$AD = BD \quad \frac{AD(BD)}{AB} = \Phi$$
$$\text{unghiul de vârf ADB} = 36^\circ$$
$$\text{unghiurile de bază DAB} = \text{ABD} = 72^\circ$$

Dacă triunghiului îi este împărțită oricare din laturile lungi - în acest caz BD - în medie și extremă rație, în așa fel încât segmentul mai lung să aibă un capăt în vârful de 36° al triunghiului:

$$\frac{DH}{HB} = \Phi, \text{ unind A cu punctul H obținem bisectoarea unghiului}$$

DAB care produce:

- a. triunghiul isoscel AHD (gnomonul Triunghiului de Aur) în care:
 $AH = HD = \Phi$
unghiul de vîrf $DHA = 108^\circ$
unghiurile de bază $DAH = ADH = 36^\circ$
- b. triunghiul ABH care este asemenea cu triunghiul inițial, putând fi numit reciprocul acestuia și având:
 $AB = AH = \Phi$
unghiul de vîrf $HAB = 36^\circ$
unghiurile de bază $AHB = ABH = 72^\circ$

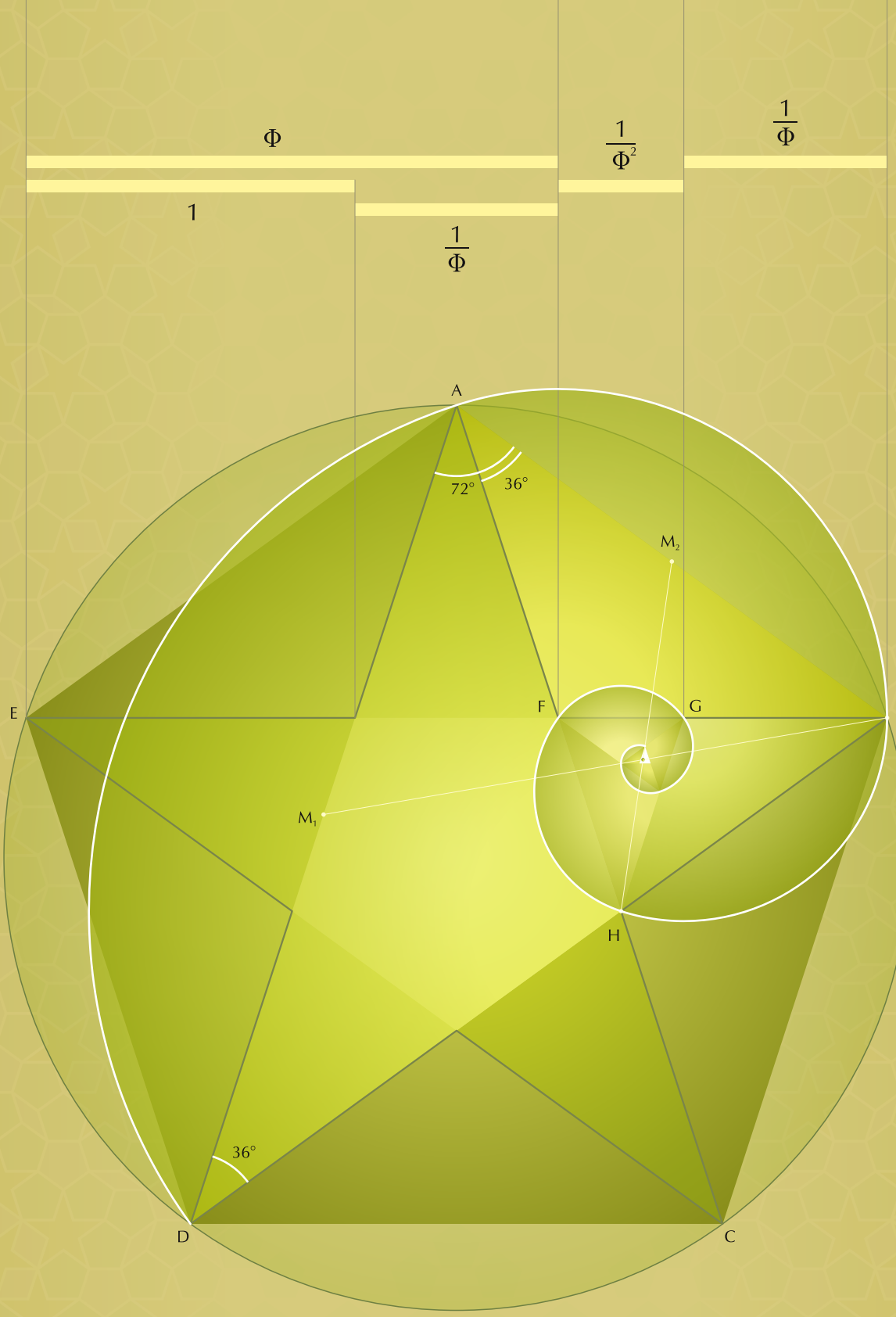
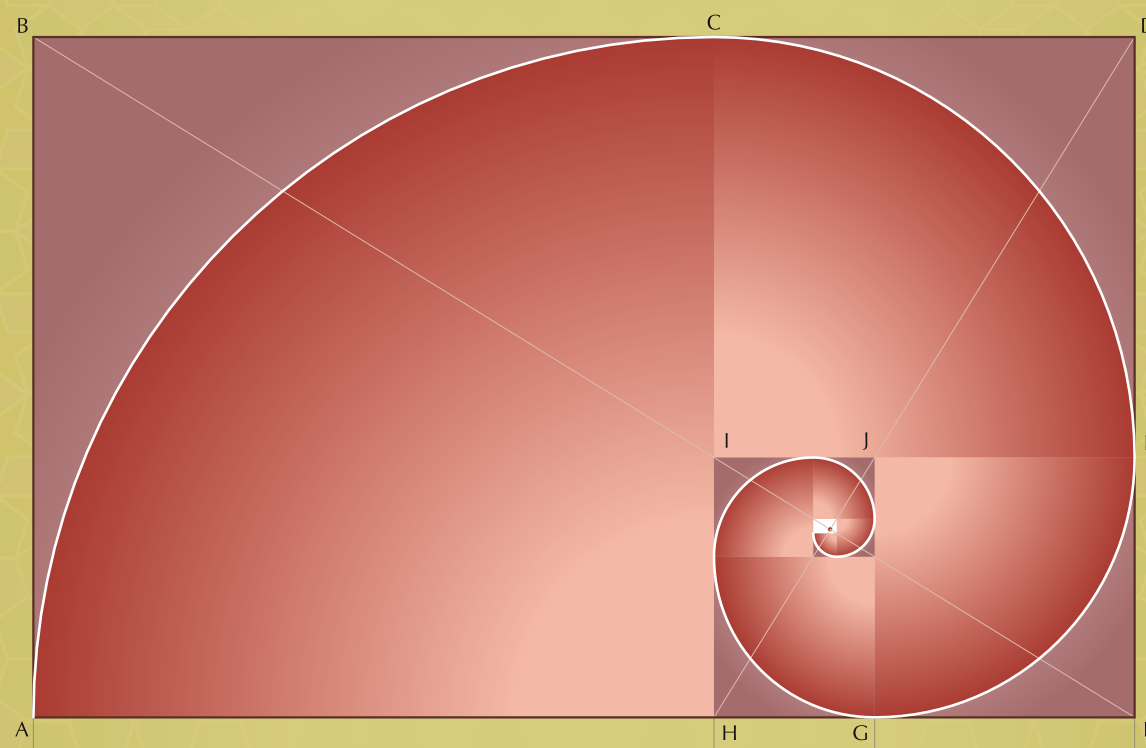
Ca și în cazul Dreptunghiului de Aur, împărțirea poate fi continuată în sens descrescător, având ca rezultate o serie de triunghiuri asemenea cu laturile în raport Φ .

În sens crescător, dacă unui triunghi de caracteristicile lui ABD sau ABH i se alipește pe una din laturile egale între ele un triunghi de caracteristicile lui AHD astfel încât vârfurile de 72° și respectiv 108° să fie alăturate, triunghiul rezultat va fi identic cu primul, având și el laturile în raport Φ .

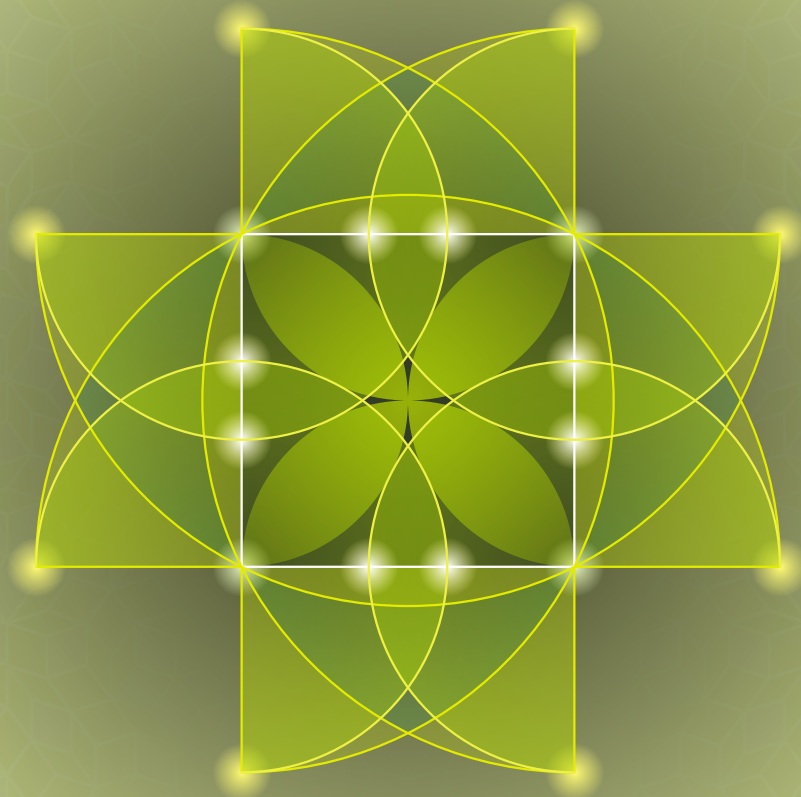
Curba trasată prin vârfurile D, A, B, ... este și ea o spirală logaritmică exprimată analitic prin ecuația amintită la Dreptunghiul de Aur. Și această „cochilie” este o aproximare a spiralei, fiind alcătuită din arce de cerc cu centrele în vârfurile H, F, G,... ale triunghiurilor AHD, AFB, BGH,... Punctul de intersecție al medianelor BM_1 și HM_2 se constituie ca origine a spiralei.

- Matila Ghyka, *The Geometry of Art and Life*
- H.E.Huntley, *The Divine Proportion*
- Mario Livio, *The Golden Ratio*

DREPTUNGHUL de AUR



TRIUNGHIUL de AUR



PROPORȚIA DE AUR • CONSTRUCȚIE PĂTRATICĂ ÎMPĂRȚIRE

1. Trasează segmentul de dreaptă AB conform necesităților.
2. Construiește două arce de cerc cu centrele în A, respectiv B și de raze egale cu AB; notează punctele de intersecție a lor cu C și D.
3. Trasează dreapta care trece prin C și D, este perpendiculară pe AB și îl intersectează în punctul E.
4. Construiește arcul de cerc de centru E și rază EA(EB) care intersectează segmentul CD în punctul F.
5. Trasează o dreaptă prin punctele A și F, care intersectează în P arcul de cerc cu centrul în B și de rază BA.
6. Trasează o dreaptă prin punctele B și P. Observă că $\angle PAB = 45^\circ$, așa că BP este perpendicular pe AB și egal cu el.
7. Construiește arcul de cerc de centru B și rază BE, care intersectează segmentul BP în punctul H, înjumătățindu-l.
8. Trasează o dreaptă prin punctele A și H. Observă că dacă $AB=1$, $AH=\sqrt{5}/2$.
9. Construiește arcul de cerc de centru H și rază HB, care intersectează segmentul AH în punctul G.
10. Construiește arcul de cerc de centru A și rază AG, care intersectează segmentul de dreaptă inițial AB în punctul S.

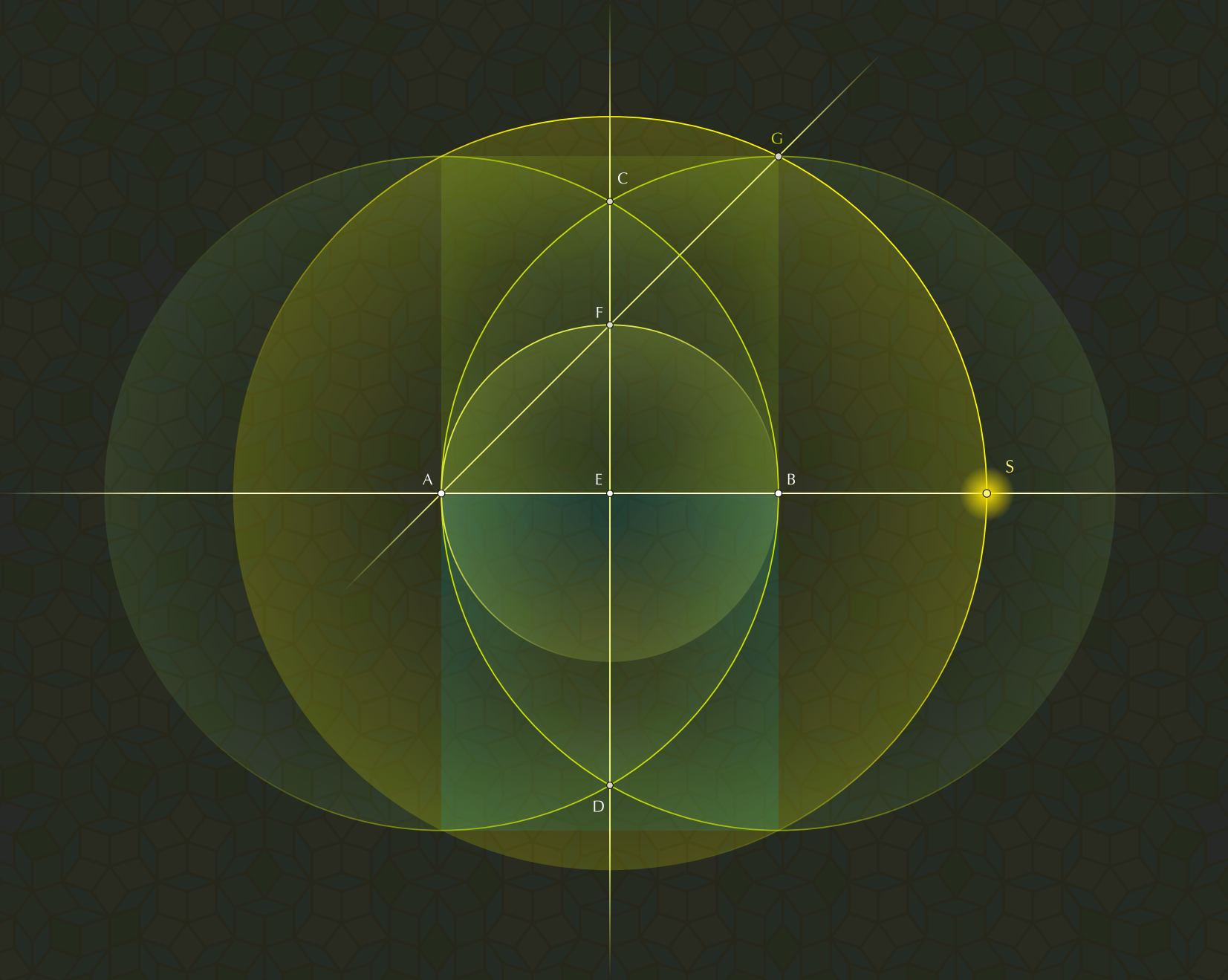
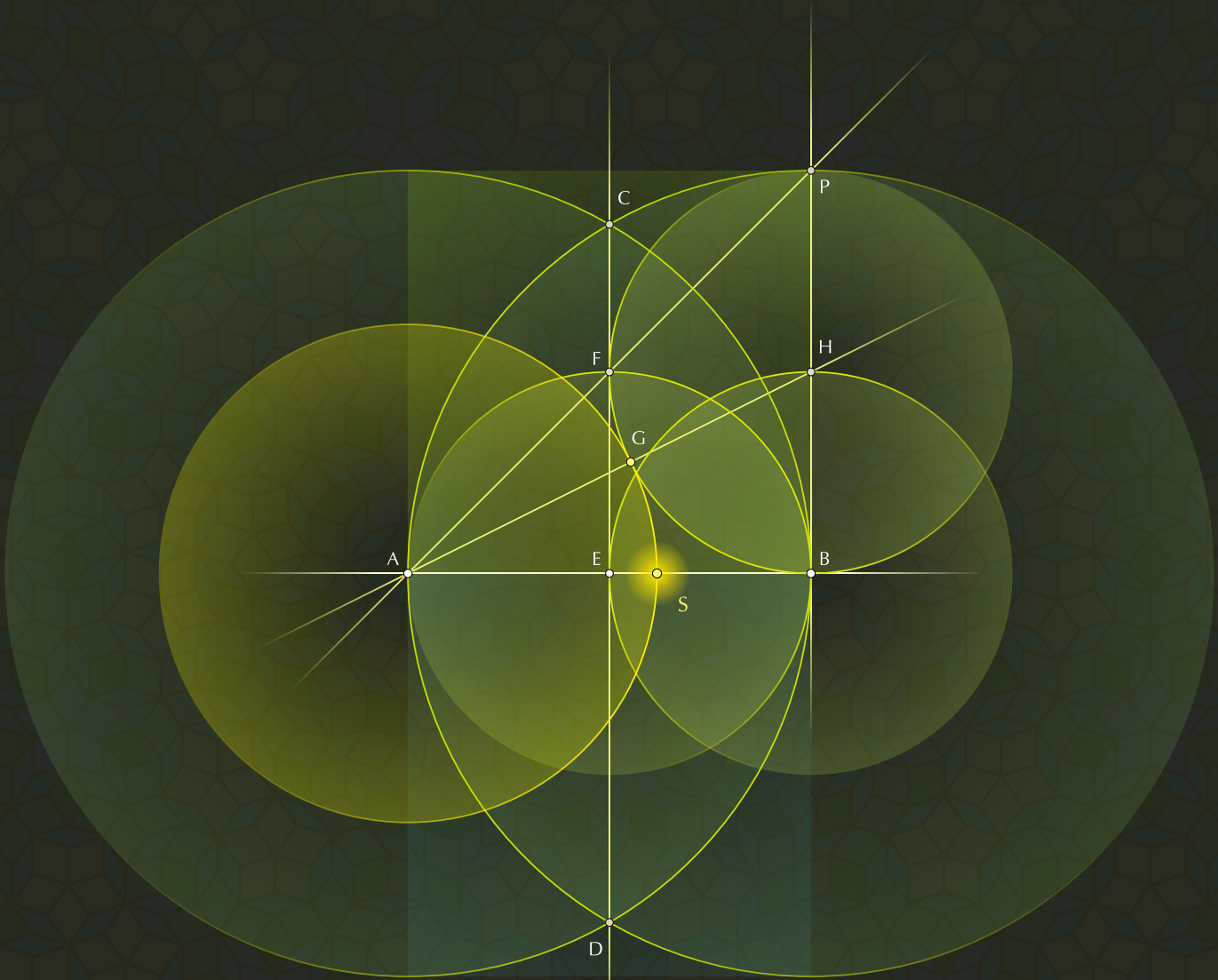
$$AB/AS = AS/SB = \Phi$$

PROPORȚIA DE AUR • CONSTRUCȚIE PĂTRATICĂ ADUNARE

1. Trasează segmentul de dreaptă AB conform necesităților.
2. Construiește două arce de cerc cu centrele în A, respectiv B și de raze egale cu AB; notează punctele lor de intersecție cu C și D.
3. Trasează dreapta care trece prin C și D, este perpendiculară pe segmentul AB și îl intersectează în punctul E.
4. Construiește arcul de cerc de centru E și rază EA(EB), care intersectează segmentul CD în punctul F.
5. Trasează dreapta care trece prin A și F și intersectează în G arcul de cerc cu centrul în B și de rază BA.
6. Construiește arcul de cerc de centru E și rază EG, care intersectează dreapta pe care se află AB, de partea lui B, în punctul S.

$$AS/AB = AB/BS = \Phi$$

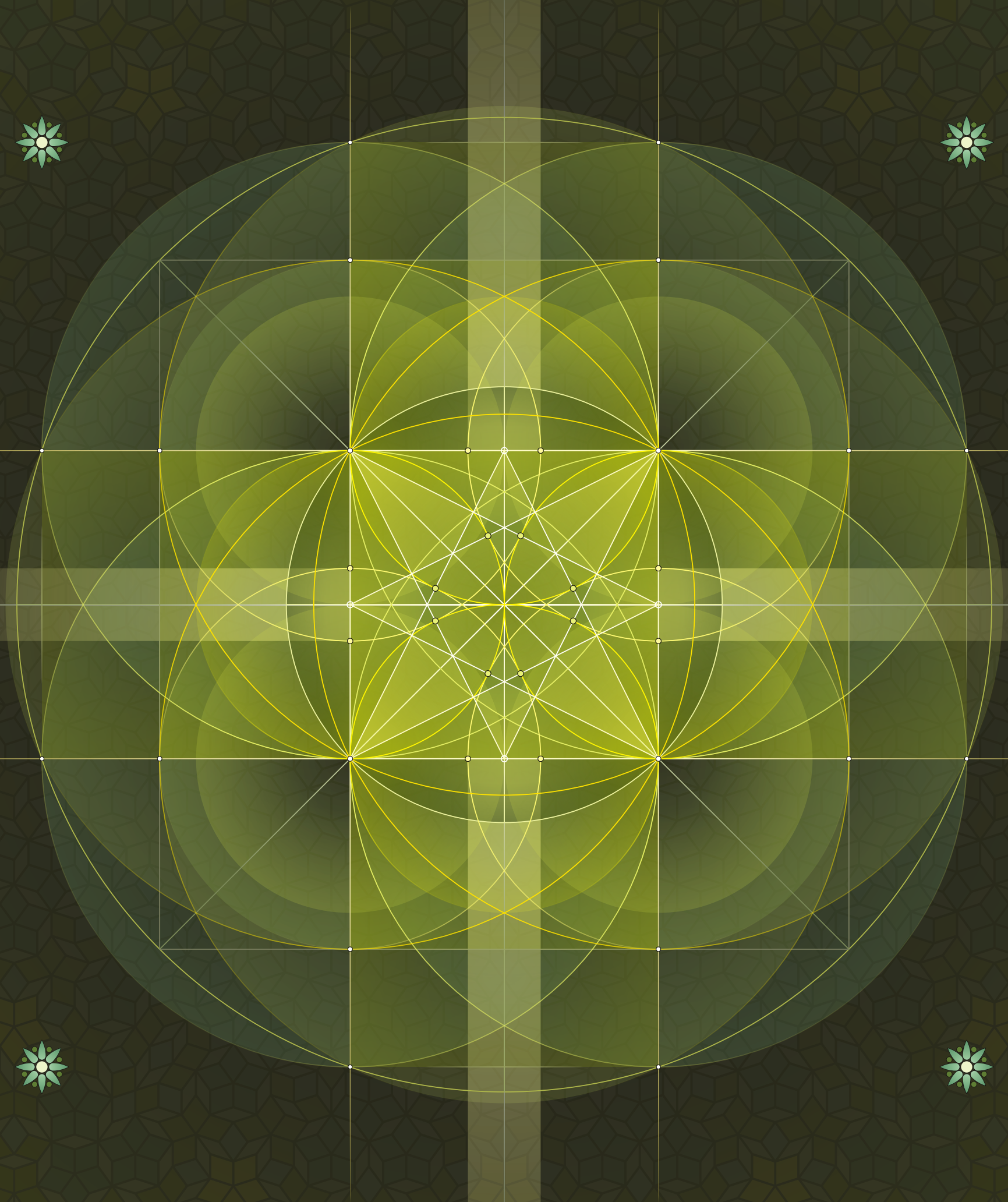
→ Matila Ghyka, *The Geometry of Art and Life*, p.9 • → Andrew Sutton, *Ruler and Compass*, p.32, 33
→ H. R. Radian, *Cartea proporțiilor*, p.44 - 50



SECTIUNEA DE AVR

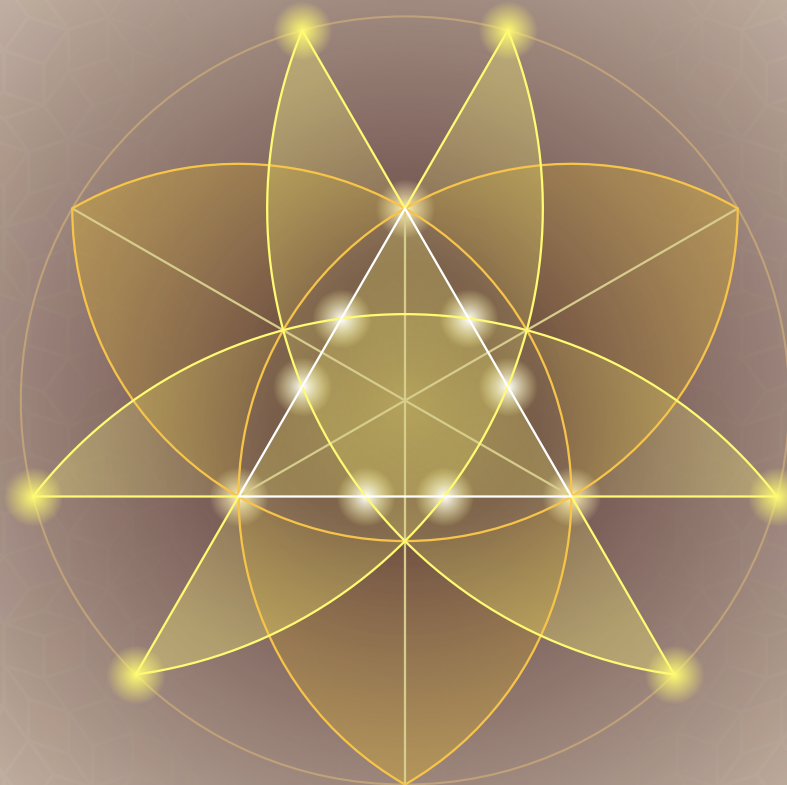
sau

DUMNEZEIASCA PROPORȚIE



SUPERSTRUCTURĂ PĂTRATICĂ

suma metodelor constructive prezentate în paginile anterioare



PROPORȚIA DE AUR • CONSTRUCȚIE TRIUNGHIOULARĂ 1 ÎMPĂRȚIRE

1. Trasează segmentul de dreaptă AB conform necesităților.
2. Construiește două arce de cerc cu centrele în A, respectiv B și de raze egale cu AB; notează punctele lor de intersecție cu C și D.
3. Construiește arcul de cerc de centru C și rază CA(CB). Observă că $AB = BC = CA$, triunghiul ABC fiind așadar echilateral.
4. Trasează dreapta care trece prin C și D și intersectează în G arcul de cerc cu centrul în punctul C.
5. Construiește arcul de cerc cu centrul în O și rază OG care intersectează segmentul de dreaptă inițial AB în punctul S.

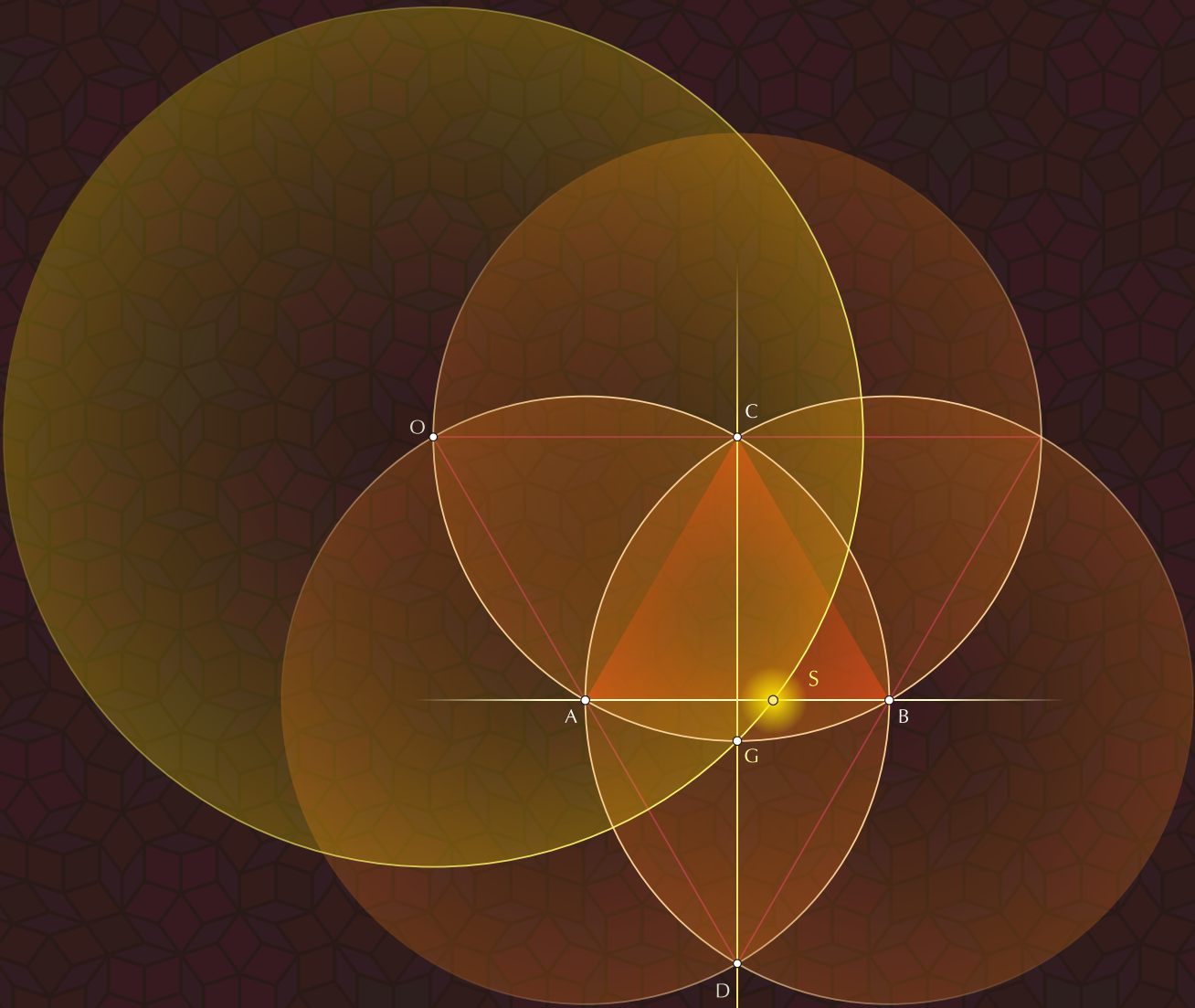
$$AB/AS = AS/SB = \Phi$$

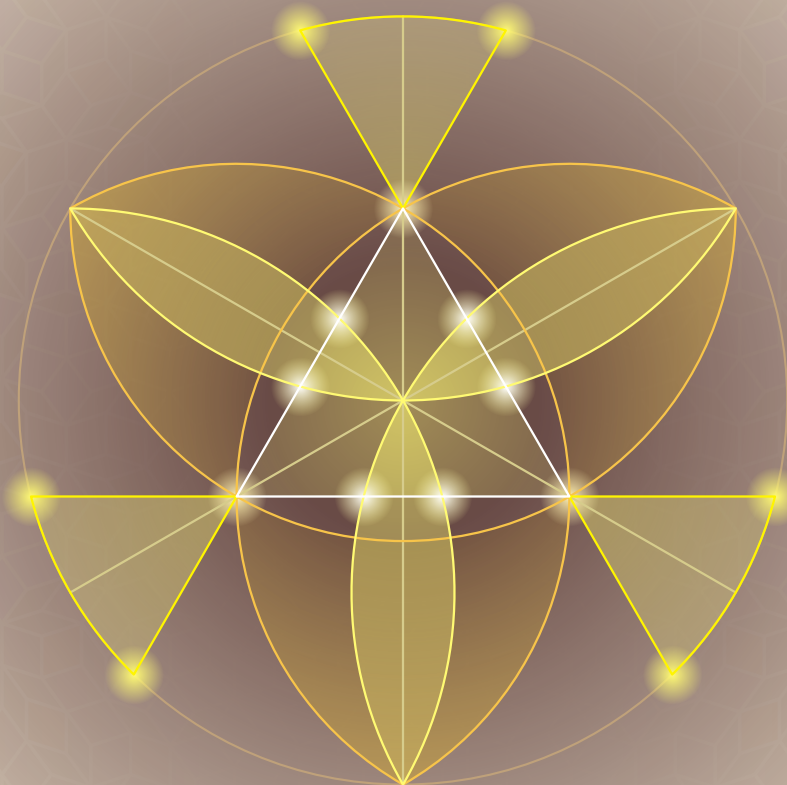
PROPORȚIA DE AUR • CONSTRUCȚIE TRIUNGHIOULARĂ 1 ADUNARE

1. Trasează segmentul de dreaptă AB conform necesităților.
2. Construiește două arce de cerc cu centrele în A, respectiv B și de raze egale cu AB; notează punctele lor de intersecție cu C și O.
3. Construiește arcul de cerc cu centrul în C și rază CA(CB), care intersectează în punctul D arcul de cerc de centru B. Observă că $AB = BC = CA$, triunghiul ABC fiind așadar echilateral.
4. Trasează dreapta care trece prin A și D și intersectează în G arcul de cerc cu centrul în punctul A.
5. Construiește arcul de cerc cu centrul în O și rază OG, care intersectează dreapta pe care se află AB, de partea lui B, în punctul S.

$$AS/AB = AB/BS = \Phi$$

- Émile Lemoine, *Géométoprographie ou Art des constructions géométriques*, p.50, 51 XLIII. - Diviser une droite AB en moyenne et extrême raison
- Kurt Hofstetter, *A 5-step Division of a Segment in the Golden Section*, publicat în *Forum Geometricorum*, volume 3 (2003) 205–206
- Andrew Sutton, *Ruler and Compass*, pages 32, 33





PROPORȚIA DE AUR • CONSTRUCȚIE TRIUNGHIULARĂ 2 ADUNARE

1. Trasează segmentul de dreaptă AB conform necesităților.
2. Construiește două arce de cerc cu centrele în A, respectiv B și de raze egale cu AB; notează punctele lor de intersecție cu C și D.
3. Construiește arcul de cerc de centru C și rază CA(CB) care intersectează în G arcul de cerc cu centrul în B. Observă că $AB = BC = CA$, triunghiul ABC fiind așadar echilateral.
4. Trasează dreapta care trece prin A și G și intersectează CD în O. Observă că O este centrul triunghiului echilateral ABC.
5. Construiește arcul de cerc cu centrul în O și rază OG(OD) care intersectează dreapta pe care se află AB, de partea lui B, în punctul S.

$$AS/AB = AB/BS = \Phi$$

PROPORȚIA DE AUR • CONSTRUCȚIE TRIUNGHIULARĂ 2 ÎMPĂRȚIRE

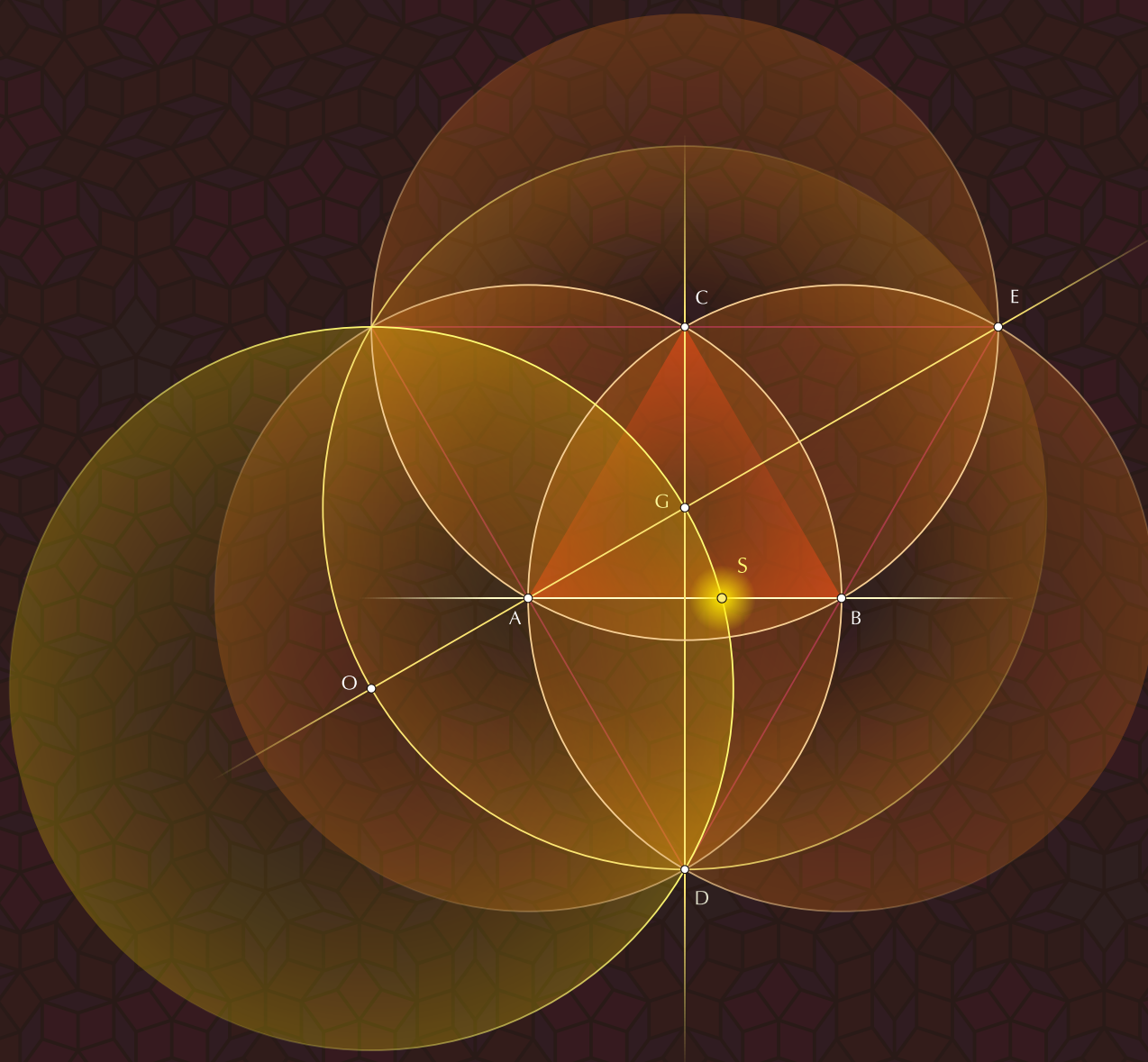
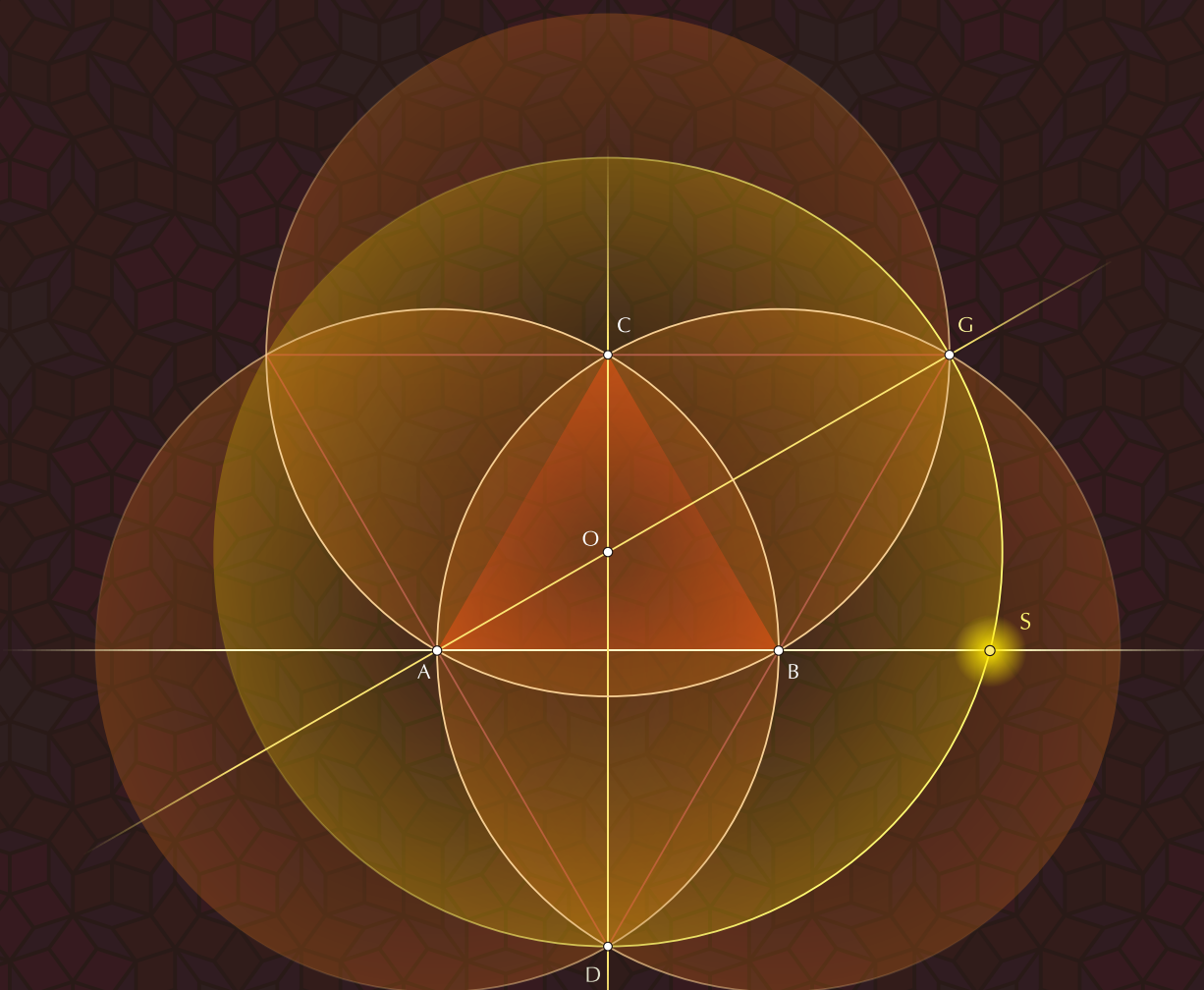
1. Trasează segmentul de dreaptă AB conform necesităților.
2. Construiește două arce de cerc cu centrele în A, respectiv B și de raze egale cu AB; notează punctele lor de intersecție cu C și D.
3. Construiește arcul de cerc cu centrul în C și rază CA(CB) care intersectează în E arcul de cerc de centru B. Observă că $AB = BC = CA$, triunghiul ABC fiind așadar echilateral.
4. Trasează dreapta care trece prin A și E și intersectează CD în G. Observă că G este centrul triunghiului echilateral ABC.
5. Construiește arcul de cerc cu centrul în G și rază GE(GD), care intersectează în O dreapta care trece prin A și E.
6. Construiește arcul de cerc cu centrul în O și rază OG(OD), care intersectează AB în S. Observă că acest arc de cerc și cel construit anterior, au fiecare centrul pe circumferința celuilalt, fiind deci egale, punctele D,G și O formând în consecință și ele un triunghi echilateral.

$$AB/AS = AS/SB = \Phi$$

→ George Odom and Jan van de Craats, *The Golden Ratio from an Equilateral Triangle and Its Circumcircle* problem E3007 in *The American Mathematical Monthly* Vol. 93, No.7 (Aug.- Sep.,1986), p.572

→ Andrew Sutton, *Ruler and Compass*, pages 32, 33

→ Scott Olsen, *The Golden Section*, p.43

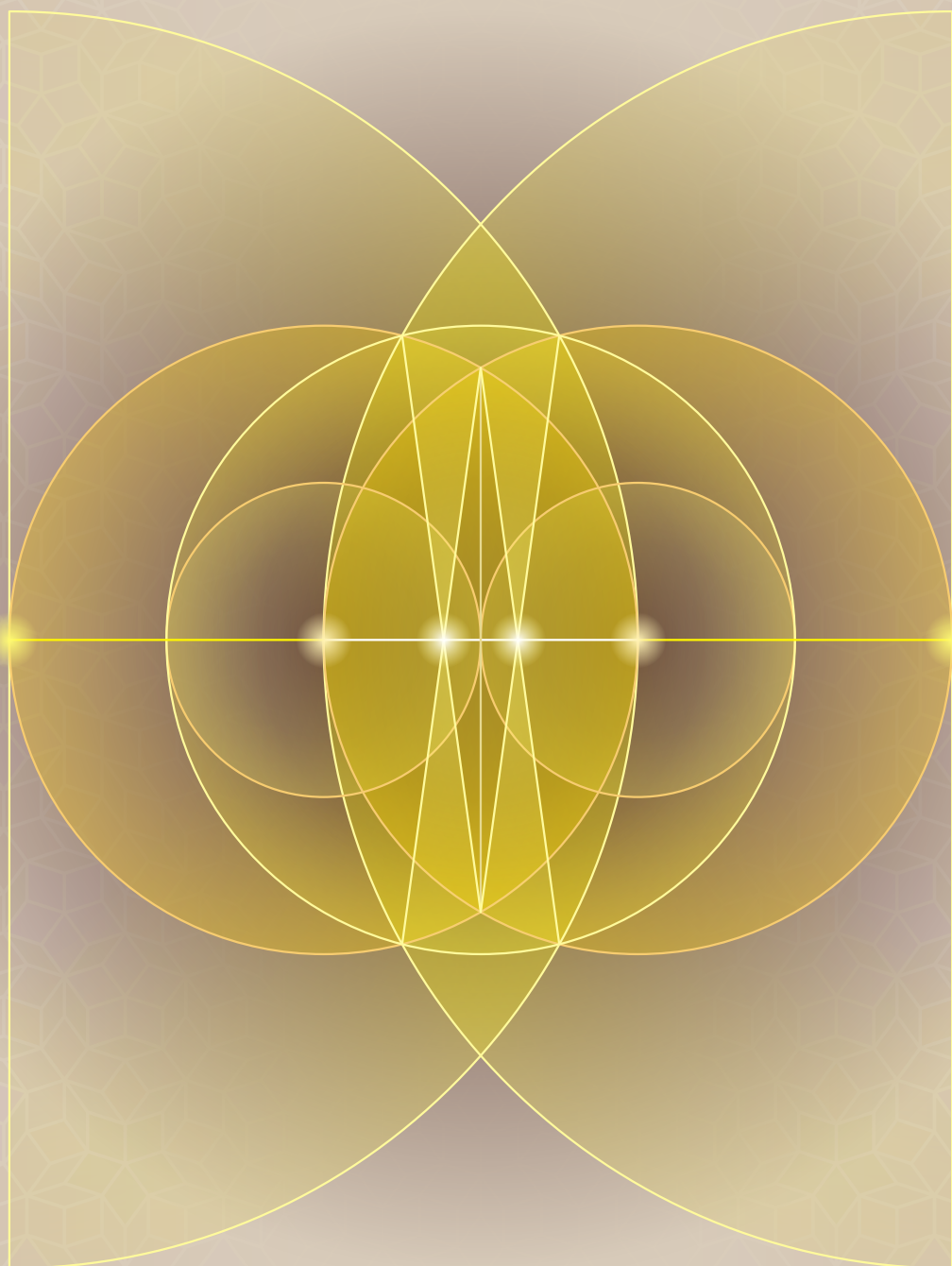


SECTIUNEA DE AVR

sau
DUMNEZEIASCA PROPORȚIE



SUPERSTRUCTURĂ TRIECHIUNGHULARĂ
suma metodelor constructive prezentate în paginile anterioare



PROPORȚIA DE AUR • CONSTRUCȚIE 3A

1. Trasează segmentul de dreaptă AB conform necesităților.
2. Construiește două arce de cerc cu centrele în A, respectiv B și de raze egale cu AB; notează punctele lor de intersecție cu C și D.
3. Trasează dreapta care trece prin C și D și intersectează segmentul AB în punctul E.
4. Construiește cercul cu centrul în A și de rază AE care intersectează dreapta pe care se află AB în F. $AB = EF$
5. Construiește arcul de cerc cu centrul în E și de rază EF care intersectează arcul cu centrul în B și de rază BA în G.
6. Trasează dreapta care trece prin D și G și intersectează AB în S.

$$AB/AS = AS/SB = \Phi$$

PROPORȚIA DE AUR • CONSTRUCȚIE 3B

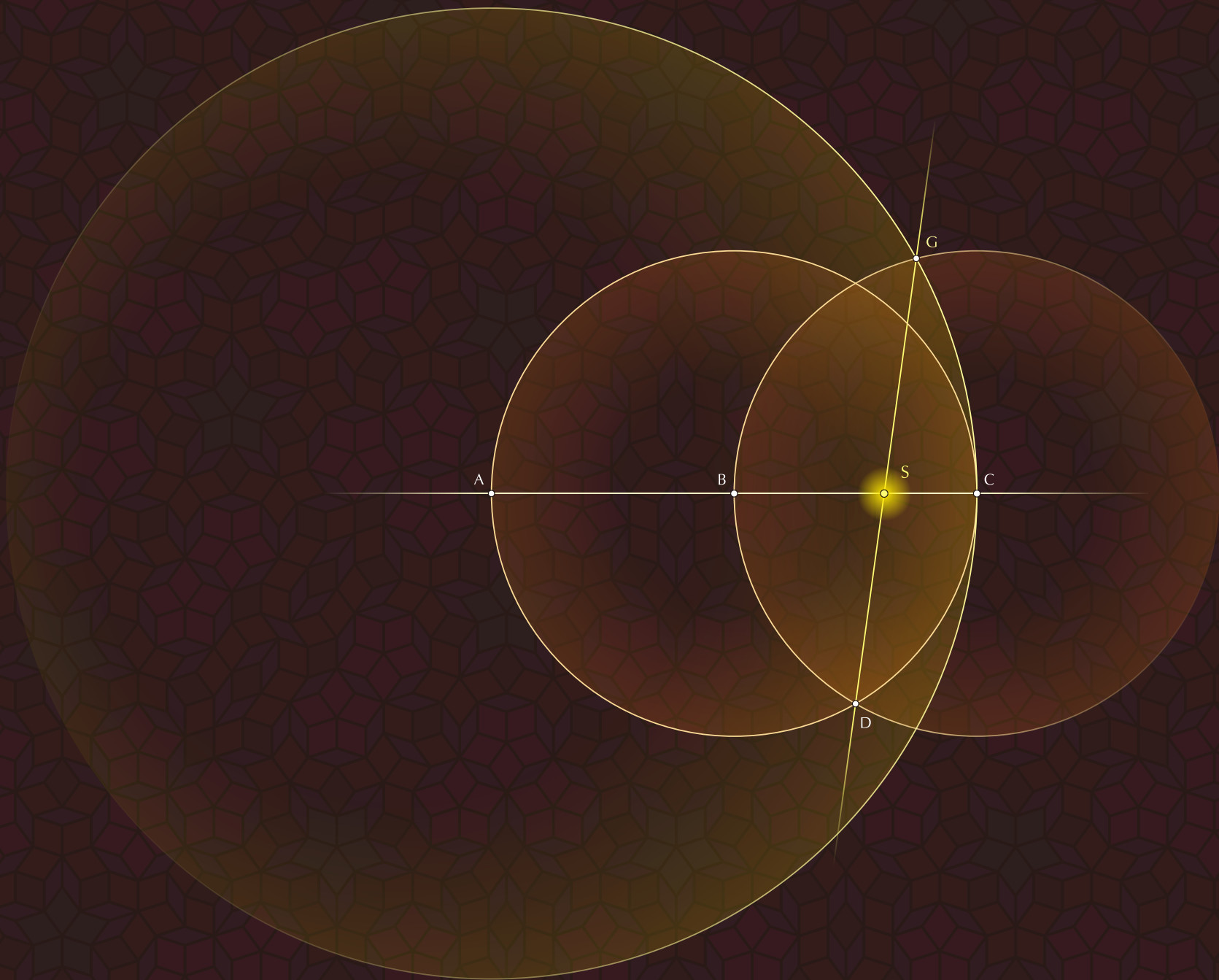
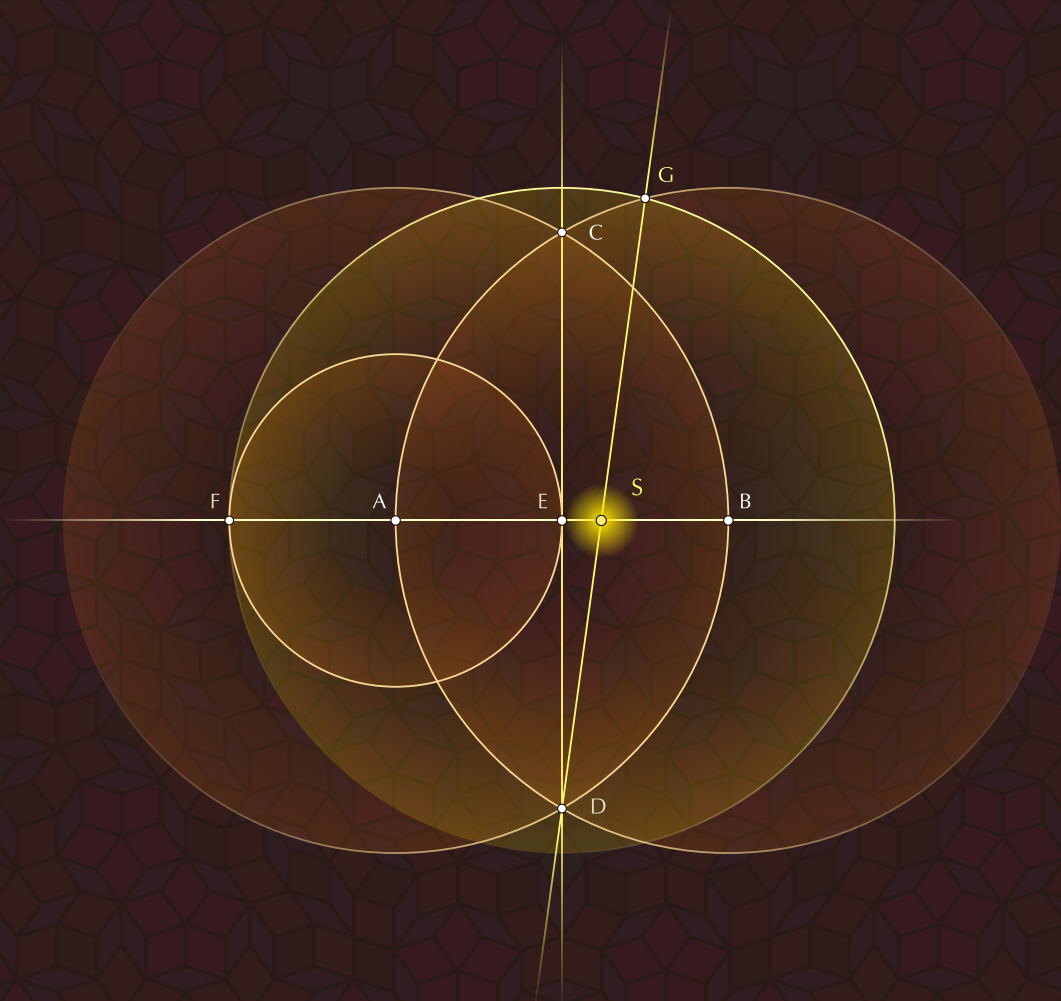
Construcțiile de aici sunt prezentate în bibliografie ca metode de împărțire a unui segment cu măsura considerată 1, în medie și extremă rație. Ele pot fi însă în egală măsură utilizate, cu modificări minime, la găsirea segmentelor de măsură $1/\Phi$ în raport cu segmentul inițial și aflate în prelungirea acestuia, după cum se poate vedea în acest caz.

1. Trasează segmentul de dreaptă AB conform necesităților.
2. Construiește cercul cu centrul în B și de rază BA, care intersectează dreapta pe care se află segmentul AB în punctul F. $AB = BF$.
3. Construiește arcul de cerc cu centrul în C și de rază CB, care intersectează cercul construit anterior în D.
4. Construiește arcul de cerc cu centrul în A și de rază AC, care intersectează arcul construit anterior în G.
5. Trasează dreapta care trece prin D și G și intersectează BC în S.

$$AS/AB = AB/BS = \Phi$$

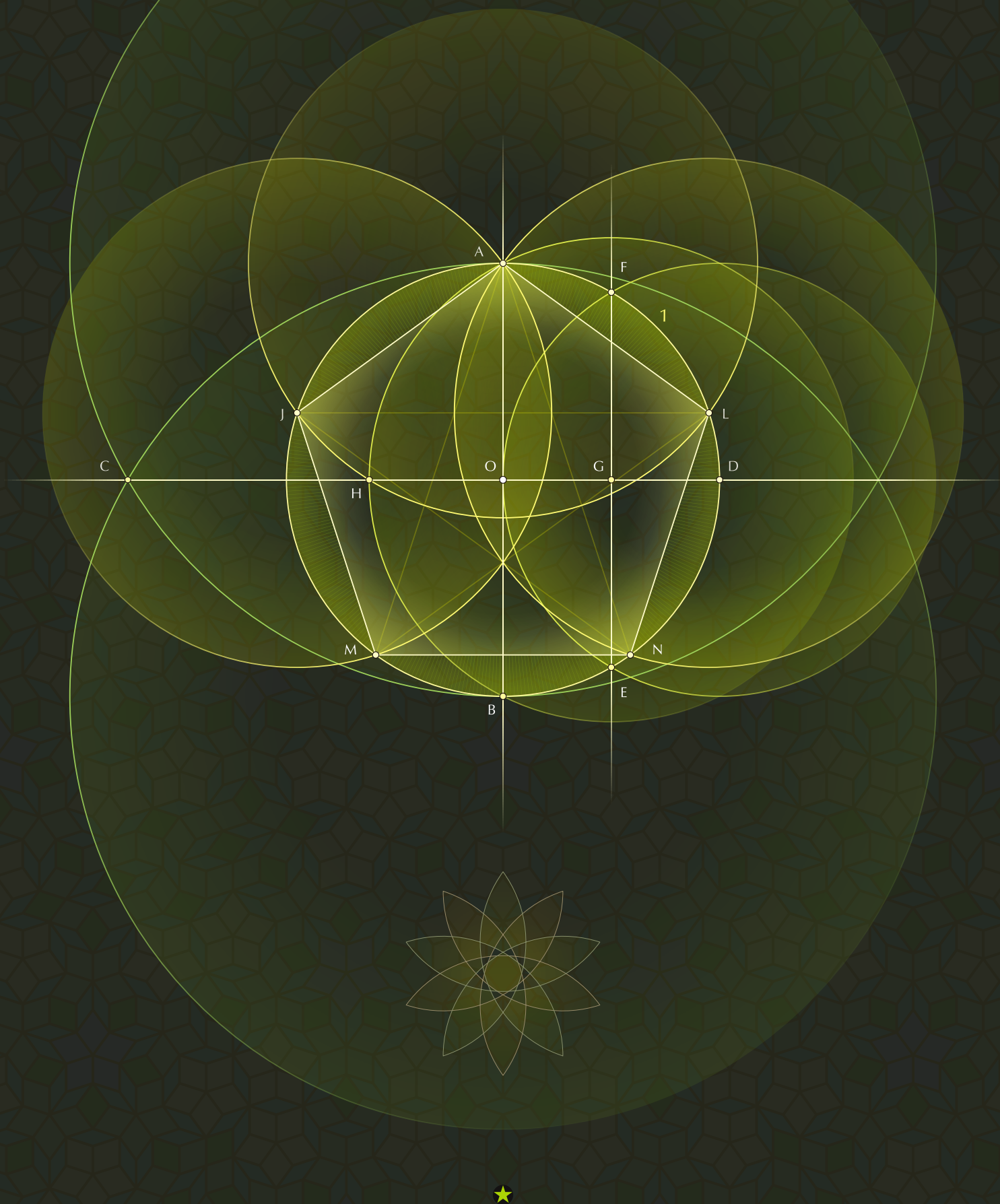
- K. Hofstetter, *Division of a Segment in the Golden Section with Ruler and Rusty Compass* publicat în Forum Geometricorum, Volume 5 (2005) 135–136
- K. Hofstetter, *Another 5-step division of a segment in the golden section* publicat în Forum Geometricorum, Volume 4 (2004) 21–22
- Andrew Sutton, *Ruler and Compass*, pages 32, 33

PROPORTIA DE AUR • CONSTRUCTIE 3A



PROPORTIA DE AUR • CONSTRUCTIE 3B

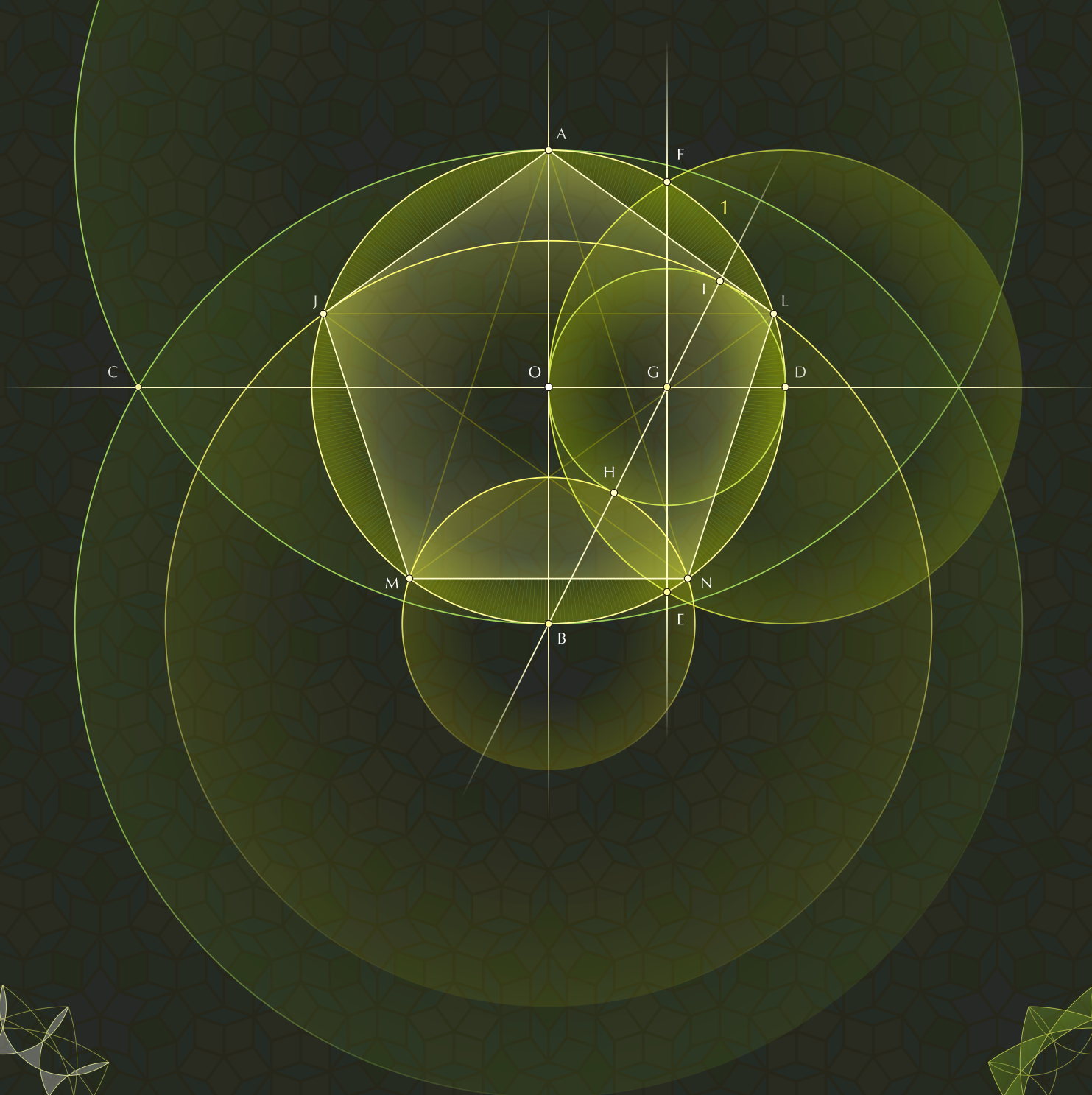
CONSTRUCȚIA PENTAGONULUI
CONVEX REGULAT „DREPT” ÎNSCRIS în CERC
• 1 •



1. Construieste un cerc 1 de centru O și rază conform necesităților.
2. Trasează prin O un segment de dreaptă vertical care intersectează cercul în A și B.
3. Obține un segment de dreaptă perpendicular pe AB/orizontal care trece prin centrul O, astfel:
 - a. Construieste două arce de cerc cu centrele în A, respectiv B și de rază comună AB(BA), care se intersectează în două puncte, din care alege pentru lucru punctul C.
 - b. Folosește punctul C și centrul O pentru a trasa segmentul de dreaptă căutat, care intersectează cercul 1 în două puncte, din care alege pentru lucru punctul D.
4. Construieste un arc de cerc cu centrul în D și de rază DO, care intersectează cercul 1 în E și F.
5. Trasează prin punctele E și F un segment de dreaptă care intersectează CD în punctul G.
6. Construieste un arc de cerc cu centrul în G și de rază GB(GA) care intersectează segmentul CD în H.
7. Construieste un arc de cerc cu centrul în A și de rază AH, care intersectează cercul 1 în punctele J și L.
8. Construieste un arc de cerc cu centrul în J și de rază JA, care intersectează cercul 1 în punctul M.
9. Construieste un arc de cerc cu centrul în L și de rază LA, care intersectează cercul 1 în punctul N.
10. Unește punctele A, L, N, M și J pentru a obține pentagonul regulat căutat.

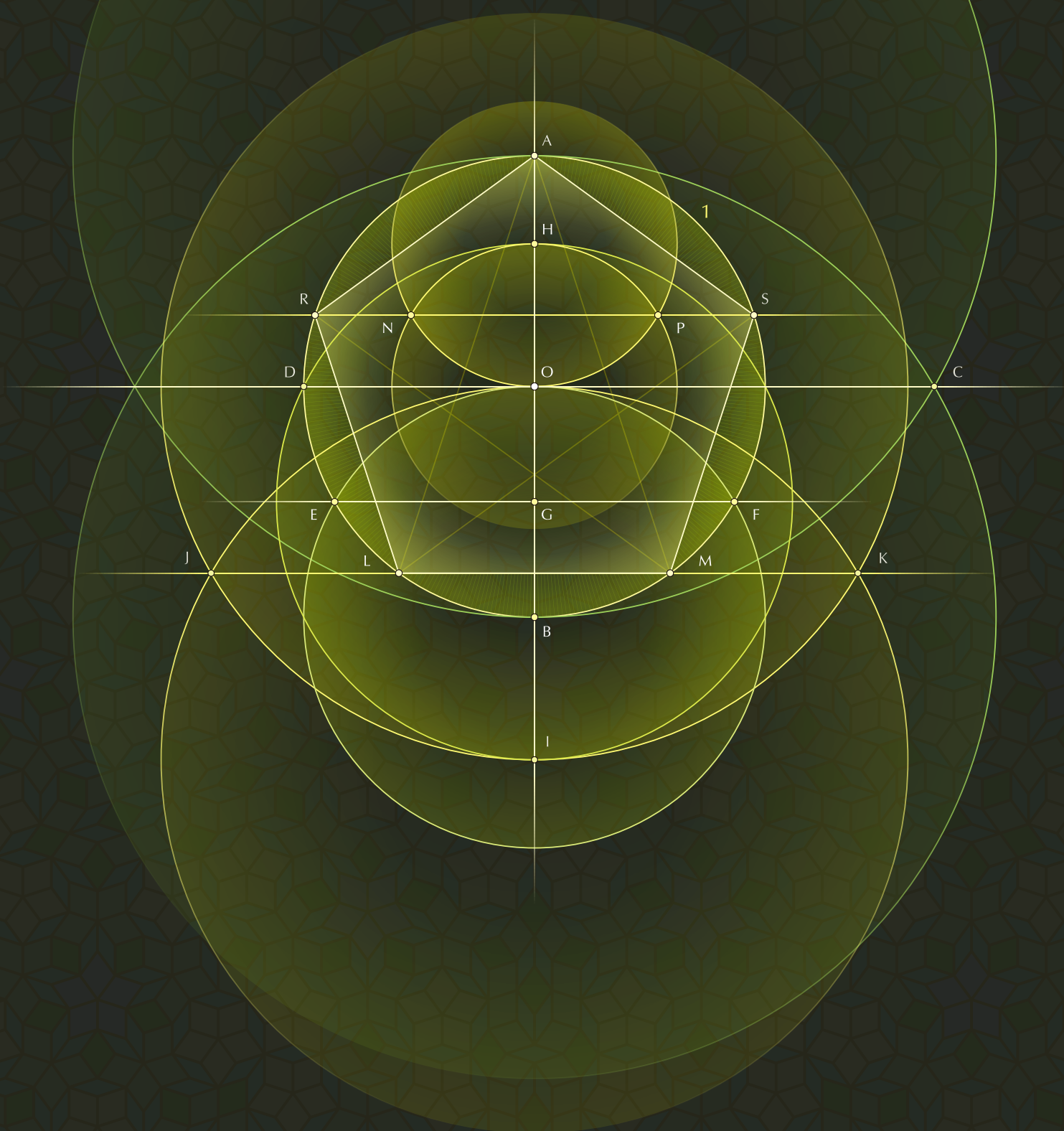
Observă că punctele de intersecție a laturilor pentagramei cu vârfurile coincidente cu cele ale pentagonului obținut, aparțin cercurilor construite în etapele 7, 8 și 9.

CONSTRUCȚIA PENTAGONULUI
CONVEX REGULAT „DREPT” ÎNSCRIS în CERC
• 2 •



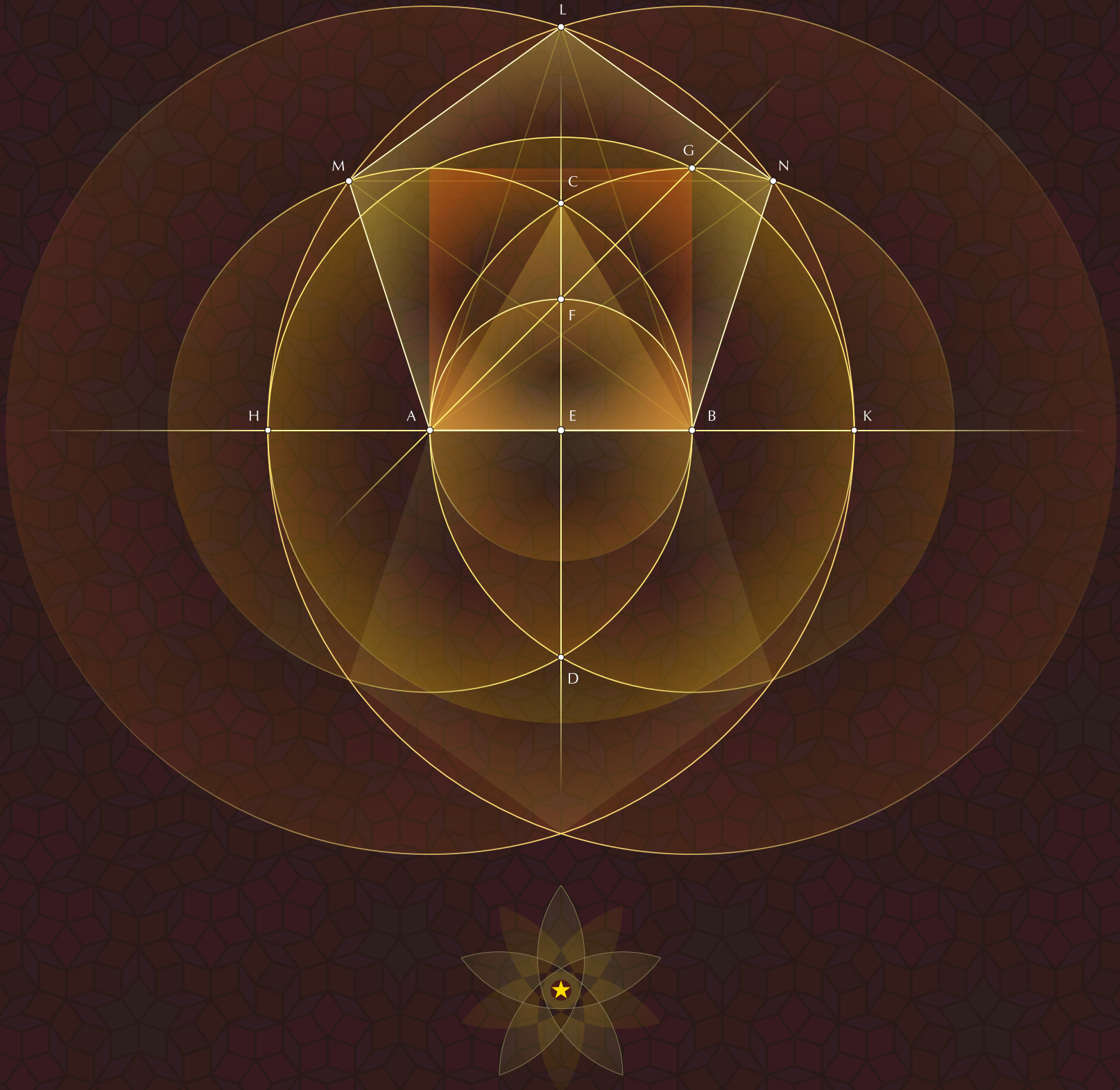
1. Construieste un cerc 1 de centru O și rază conform necesităților.
2. Trasează prin centrul O un segment de dreaptă vertical care intersectează cercul în A și B.
3. Obține un segment de dreaptă perpendicular pe AB/orizontal care trece prin centrul O, astfel:
 - a. Construieste două arce de cerc cu centrele în A, respectiv B, și de rază comună AB(BA), care se intersectează în două puncte, din care alege pentru lucru punctul C.
 - b. Folosește punctul C și centrul O pentru a trasa segmentul de dreaptă căutat, care intersectează cercul 1 în două puncte, din care alege pentru lucru punctul D.
4. Construieste un arc de cerc cu centrul în D și de rază DO, care intersectează cercul 1 în E și F.
5. Trasează prin punctele E și F un segment de dreaptă care intersectează CD în punctul G.
6. Construieste un cerc cu centrul în G și de rază GO(GD).
7. Trasează prin B și G un segment de dreaptă care intersectează cercul construit anterior în punctele H și I.
8. Construieste un arc de cerc cu centrul în B și de rază BI, care intersectează cercul 1 în punctele J și L.
9. Construieste un arc de cerc cu centrul în B și de rază BH, care intersectează cercul 1 în M și N.
10. Unește punctele A, L, N, M și J pentru a obține pentagonul regulat căutat.

CONSTRUCȚIA PENTAGONULUI
CONVEX REGULAT „DREPT” ÎNSCRIS în CERC
• 3 (cu cercuri Carlyle) •



1. Construieste un cerc 1 de centru O și rază conform necesităților.
2. Trasează prin O un segment de dreaptă vertical care intersectează cercul în A și B.
3. Obține un segment de dreaptă perpendicular pe AB/orizontal care trece prin centrul O, astfel:
 - a. Construieste două arce de cerc cu centrele în A, respectiv B și de rază comună AB(BA), care se intersectează în două puncte, din care alege pentru lucru punctul C.
 - b. Folosește punctul C și centrul O pentru a trasa segmentul de dreaptă căutat, care intersectează cercul 1 în două puncte, din care alege pentru lucru punctul D.
4. Construieste un arc de cerc cu centrul în B și de rază BO, care să intersecteze cercul 1 în E și F.
5. Trasează prin punctele E și F un segment de dreaptă care intersectează AB în punctul G.
6. Construieste un cerc cu centrul în G și de rază GD, care intersectează segmentul AB în punctele H și I.
7. Construieste două arce de cerc cu centrele în I, respectiv O, și de rază comună IO(OI) care se intersectează în J și K.
8. Trasează prin punctele J și K un segment de dreaptă care intersectează cercul 1 în punctele L și M.
9. Construieste două arce de cerc cu centrele în O, respectiv H, și de rază comună OH(HO) care se intersectează în N și P.
10. Trasează prin punctele N și P un segment de dreaptă care intersectează cercul 1 în punctele R și S.
11. Unește punctele A, S, M, L și R pentru a obține pentagonul regulat căutat.

CONSTRUCȚIA PENTAGONULUI CONVEX REGULAT „DREPT” DATĂ FIIND MĂSURA LATURII LUI

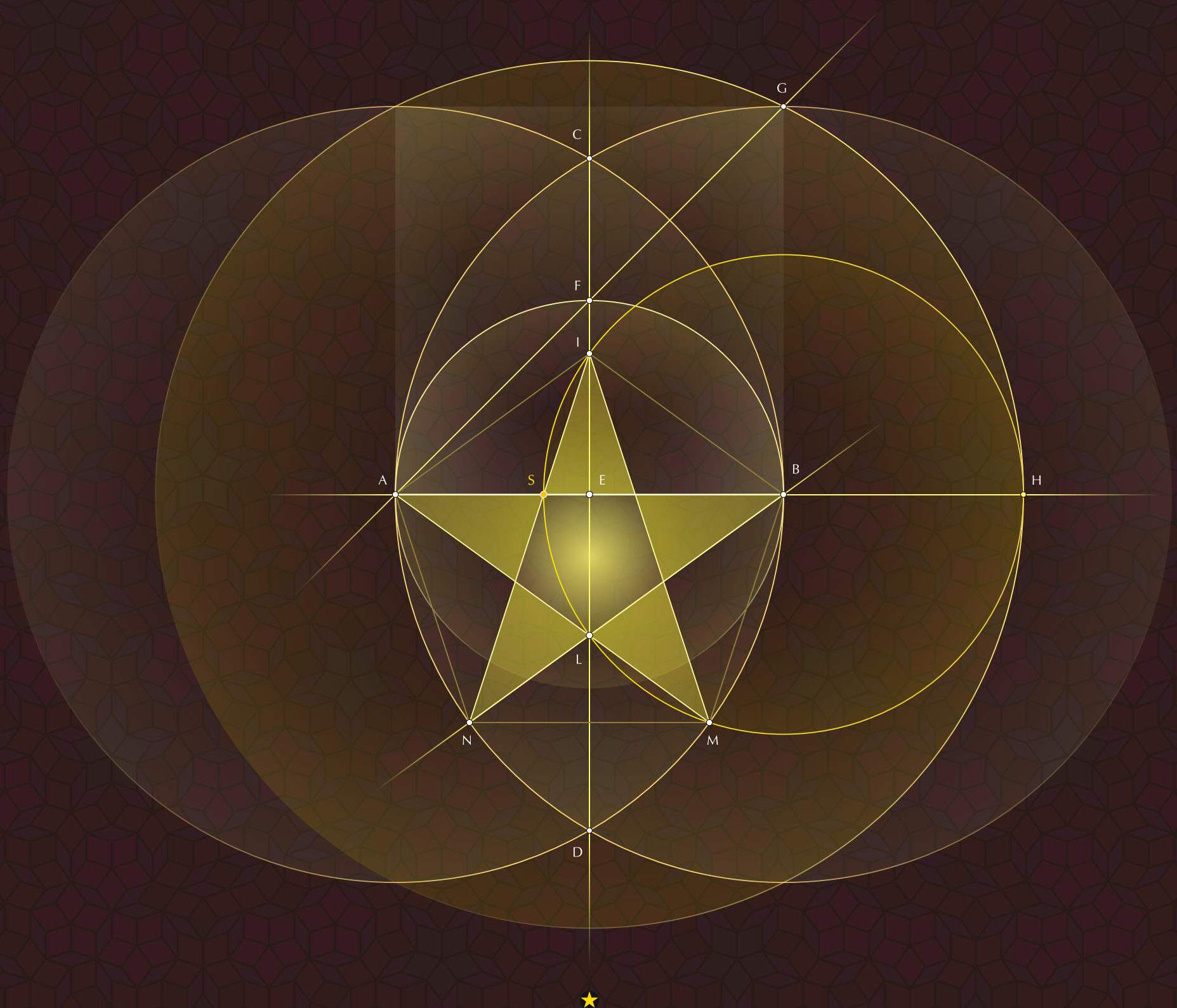


Dat fiind segmentul de dreaptă orizontal AB:

1. Construiește două arce de cerc cu centrele în A, respectiv B, și de rază comună AB(BA), care se intersectează în punctele C și D. *Observă cum prin trasarea celor două arce de cerc sunt create condițiile necesare construcției triunghiului echilateral de latură AB.*
 2. Trasează prin punctele C și D un segment de dreaptă care este perpendicular pe AB, punctul de intersecție E fiind centrul lui.
 3. Construiește un arc de cerc cu centrul în E și de rază EA(EB), care să intersecteze verticala CD deasupra lui AB, în punctul F.
 4. Trasează prin punctele A și F un segment de dreaptă care intersectează arcul de cerc de centru B și rază BA în punctul G.
 5. Construiește un arc de cerc cu centrul în E și de rază EG, care intersectează prelungirile segmentului dat AB în H și K.
- Observă cum a. prin structura obținută până acum sunt create condițiile necesare construcției pătratului de latură AB, și b. această operație are ca rezultat două segmente de dreaptă AH și BK de măsuri egale și în raport armonic Φ cu AB:*
- $$\text{dacă } AB = 1 \text{ atunci } BH(AK) = \Phi \text{ iar } AH(BK) = 1/\Phi$$
- $$AB/AH(BK) = BH(AK)/AB$$
6. Construiește un arc de cerc cu centrul în A și de rază AK, care intersectează arcul cu centrul în B și raza BA, în N.
 7. Construiește un arc de cerc cu centrul în B și de rază BH, care intersectează arcul cu centrul în A și raza AB, în M, iar arcul construit în etapa 6. în punctul L.
 8. Unește punctele A, B, N, L și M pentru a obține pentagonul regulat căutat.

Observă cum AB oferă două alternative de construcție, pentagonul putând fi la fel de bine desenat „invers”, de cealaltă parte - aici dedesubtul - segmentului dat.

CONSTRUCȚIA PENTAGONULUI STELAT REGULAR „DREPT” DATĂ FIIND MĂSURA LATURII LUI



sau

CONSTRUCȚIA PENTAGONULUI CONVEX REGULAT „DREPT”
DATĂ FIIND MĂSURA DIAGONALEI LUI

Construcția se bazează pe relația dintre latura pentagonului convex regulat și diagonală lui, care este și latura pentagonului stelat regulat, aflate în raport Φ (vezi Matila Ghyka, *The Geometry of Art and Life*, p.17 și 18), putând în consecință pleca de la oricare din metodele de împărțire a unui segment în medie și extremă rație prezentate anterior.

În varianta de aici, dat fiind segmentul de dreaptă orizontal AB:

1. Construieste două arce de cerc cu centrele în A, respectiv B, și de rază comună AB(BA), care se intersectează în punctele C și D.
2. Trasează prin punctele C și D un segment de dreaptă care este perpendicular pe AB, punctul de intersecție E fiind centrul lui.
3. Construieste un arc de cerc cu centrul în E și de rază EA(EB), care să intersecteze verticala CD deasupra lui AB, în punctul F.
4. Trasează prin punctele A și F un segment de dreaptă care intersectează arcul de cerc de centru B și rază BA în punctul G.
5. Construieste un arc de cerc cu centrul în E și de rază EG, care intersectează prelungirile segmentului dat AB în două puncte, din care alege pentru lucru punctul H.
6. Construieste un cerc cu centrul în B și de rază BH, care intersectează:
 - segmentul dat AB în punctul S, împărțindu-l în medie și extremă rație: $BH = SB = BI = BL$ iar $SB/AS = AB/BH = \Phi$
 - verticala CD în punctele I și L; • arcul de cerc de centru A și rază AB în punctul M.
7. Avem astfel A, I, B și M, primele patru puncte de vârf ale pentagramei. Pentru a-l obține pe al cincilea, trasează prin punctele B și L un segment de dreaptă care intersectează arcul de cerc cu centrul în B și raza BA, în N.
Observă că N poate fi obținut în același mod, folosind punctele I și S.
8. Laturile AB și BN fiind deja trasate, unește punctele A cu M, I cu M și I cu N, pentru a obține pentagonul stelat regulat căutat.

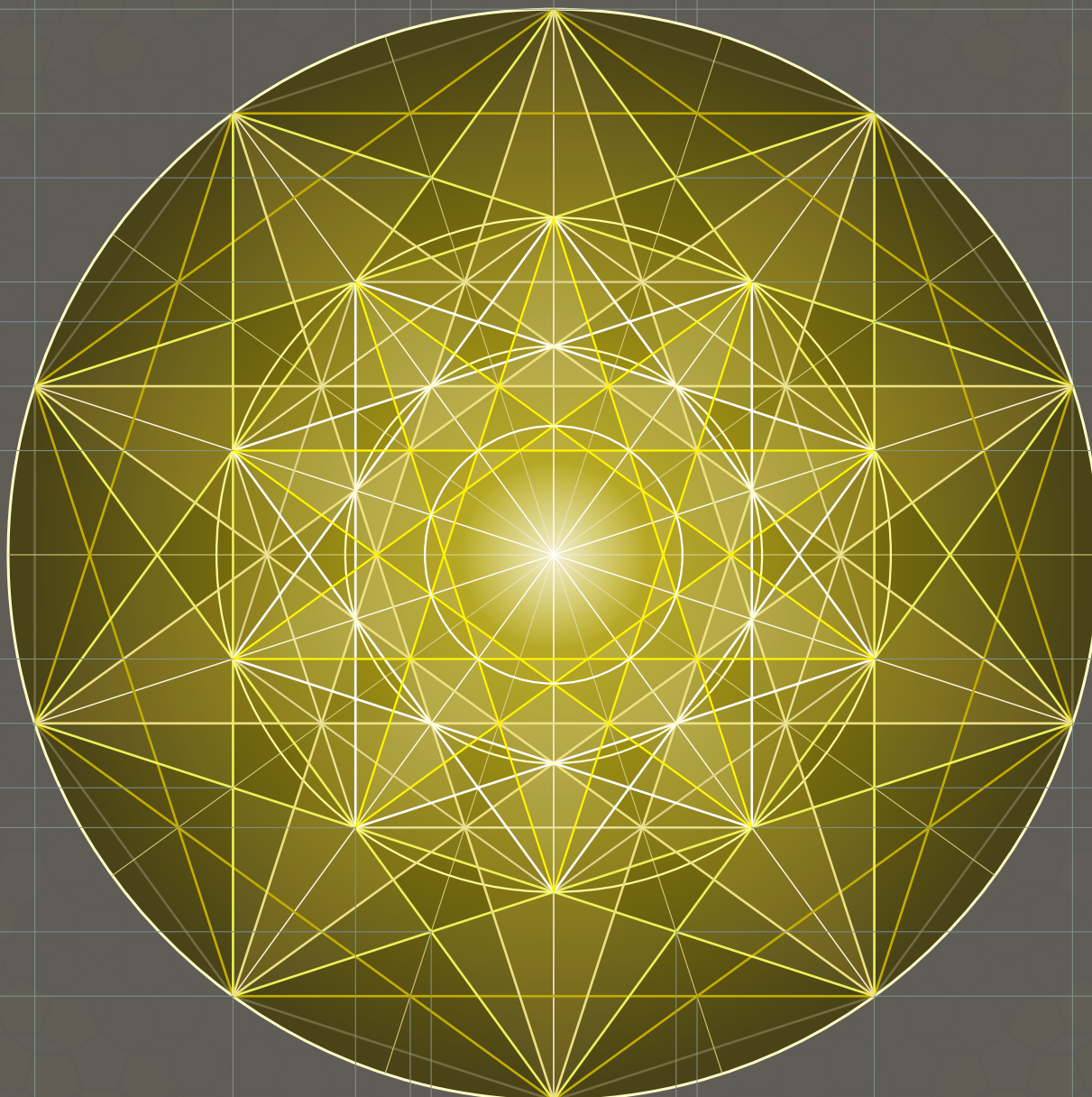


Figura de aici reproduce, cu câteva modificări și adăugiri, ceea ce Matila Ghyka numește „schema directoare gotică (eng.: Gothic Master Diagram) fundamentală, din care, așa cum o ilustrează profesorul Moessel (Die Proportion in der Antike und Mittelalter, C. H. Beck ed., München, și lucrări ulterioare) pot fi derivate toate planurile standard ale bisericilor gotice”.

„Gotică” sau nu (sistemul de proporționare prezentat de Ghyka în lucrările sale este doar o propunere de reconstituire și rezultatul muncii unor cercetători ca Lund și Moessel), construcția - pe care prefer să o numesc diagramă directoare decagonală (DDD) - este un „rezervor” remarcabil de relații armonice bazate pe $\sqrt{5}$ și Secțiunea de Aur și poate fi folosită ca schemă compozițională în arhitectură și artele vizuale.

- Matila C. Ghyka, *Le Nombre d'Or*, planșa XXIX;
- Matila C. Ghyka, *The Geometry of Art and Life*, cap.III planșa VII; cap. VII p.119, planșa XLIII.



În lucrarea sa „The Geometry of Art and Life” (p.36) Matila Ghyka pune problema combinării directe și simple într-o schemă compozițională, a pentagonului regulat cu dreptunghiul de aur.
Chiar dacă nu sunt simplu de obținut, construcțiile care urmează pot fi câteva răspunsuri la problema dată.

1. DREPTUNGIUL de AUR cu LATURA MARE EGALĂ cu DIAMETRUL CERCULUI DIRECTOR

construcție

- 1.1. Du prin punctele F și G (intersecții ale laturilor decagonului stelat înscris în cercul director) și V și E, paralele la diametrele perpendiculare NS și VE ale cercului director.
- 1.2. Du prin N și S paralele la diametrul VE și apoi construiește arcele de cerc cu centrele în N și S și de raze NL și SQ, care intersectează paralelele construite anterior în R,D, U și A. În ambele cazuri dreptunghiul DAUR obținut are laturile în raport Φ .

demonstrație

În paralelogramul BCFO latura FO este egală cu CB, care este latura decagonului regulat înscris în cercul director. În dreptunghiul OFAE OF este așadar egală cu latura decagonului regulat înscris în cercul director iar OE este raza acestuia. Este demonstrat că latura decagonului regulat înscris într-un cerc și raza acestuia sunt în raport Φ , așa că OFAE este un dreptunghi de aur. Cum OFAE și DAUR sunt din construcție dreptunghiuri asemenea, rezultă că DAUR este și el un dreptunghi de aur, $DA/AU = \Phi$.

observă cum:

în construcția orizontală, punctele de intersecție, marcate cu verde, ale diagonalelor pătratelor-gnomon din dreptunghiul de aur, coincid cu intersecții ale laturilor decagonului stelat interior;

în construcția verticală, centrele, marcate cu verde, ale pătratelor-gnomon din dreptunghiul de aur, coincid cu intersecții ale laturilor decagonului stelat interior, între ele și cu diametrul vertical al cercului director.



2. DREPTUNGIUL de AUR cu LATURA MICĂ EGALĂ cu LATURA PENTAGONULUI ÎNSCRIS în CERCUL DIRECTOR

construcție

- 2.1. Prelungește laturile BC și EF ale decagonului regulat înscris în cercul director, până când acestea intersectează dreptele construite prin punctele T și G respectiv N și P (capetele diametrelor cercului director aflate, din construcția diagramei directe, la unghi de 72°.
- 2.2. Prelungește laturile PN și GT ale decagonului stelat înscris în cercul director, până când acestea intersectează dreptele construite prin punctele B și C respectiv E și F (capetele diametrelor cercului director aflate, din construcția diagramei directe, la unghi de 36°. În ambele cazuri dreptunghiul DAUR obținut are laturile în raport Φ .

demonstrație

Latura mare a dreptunghiului este egală cu latura pentagonului regulat stelat înscris în cercul director: $DA = CE = BF = UR$
Latura mică a dreptunghiului este egală cu latura pentagonului regulat înscris în cercul director: $RD = PT = NG = AU$
Cum laturile pentagramei și ale pentagonului regulat înscrise într-un cerc sunt în raport Φ , rezultă că DAUR este un dreptunghi de aur.

observă cum:

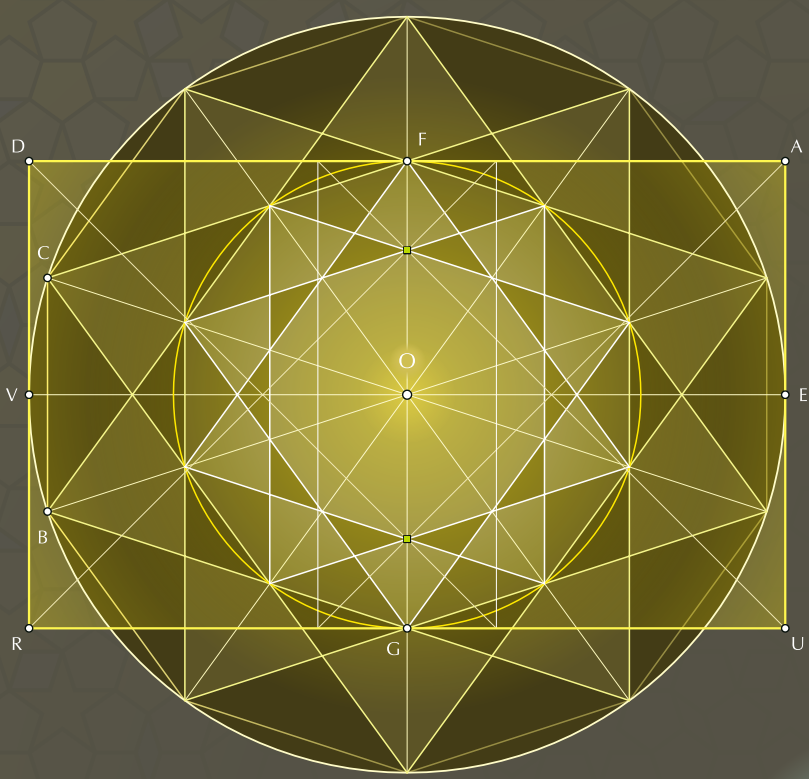
în construcția orizontală, a. laturile verticale interioare ale pătratelor-gnomon coincid cu puncte de intersecție ale laturilor pentagramelor înscrise în cercul director;
b. liniile mijlocii verticale ale pătratelor-gnomon coincid cu laturile verticale ale decagonului stelat interior;

în construcția verticală, punctele de intersecție, marcate cu verde, ale diagonalelor pătratelor-gnomon din dreptunghiul de aur, coincid cu intersecțiile dintre laturile verticale ale decagonului stelat interior și diametrul orizontal al cercului director.

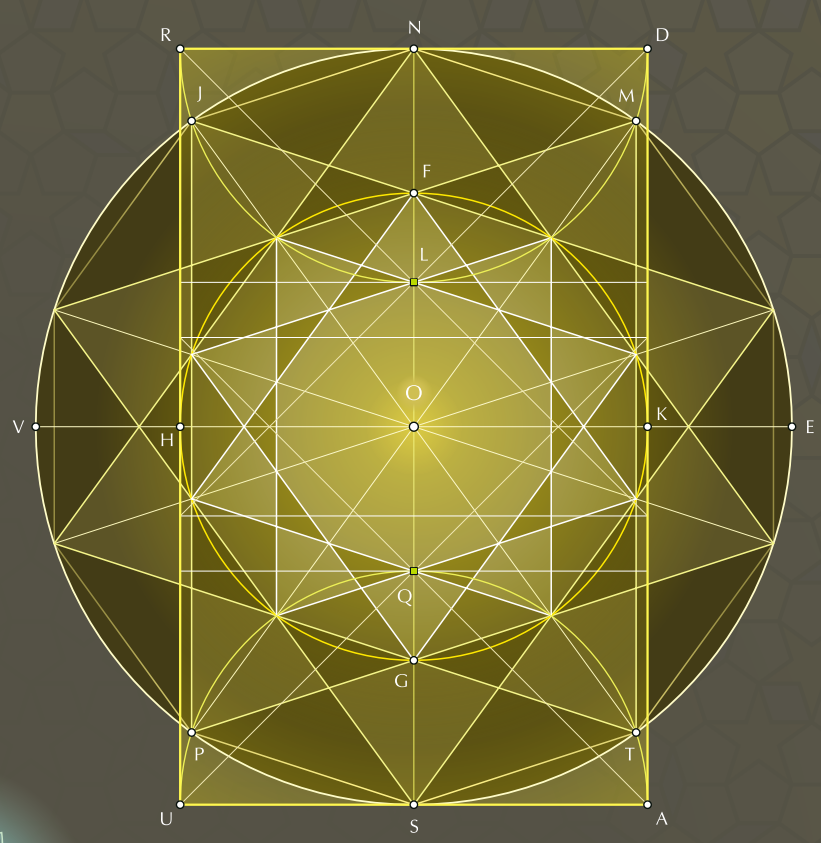
DIAGRAMA DIRECTOARE DECAGONALĂ și DREPTUNGHIU de AUR
· 1 ·

1. DREPTUNGHIU de AUR cu LATURA MARE EGALĂ cu DIAMETRUL CERCULUI DIRECTOR

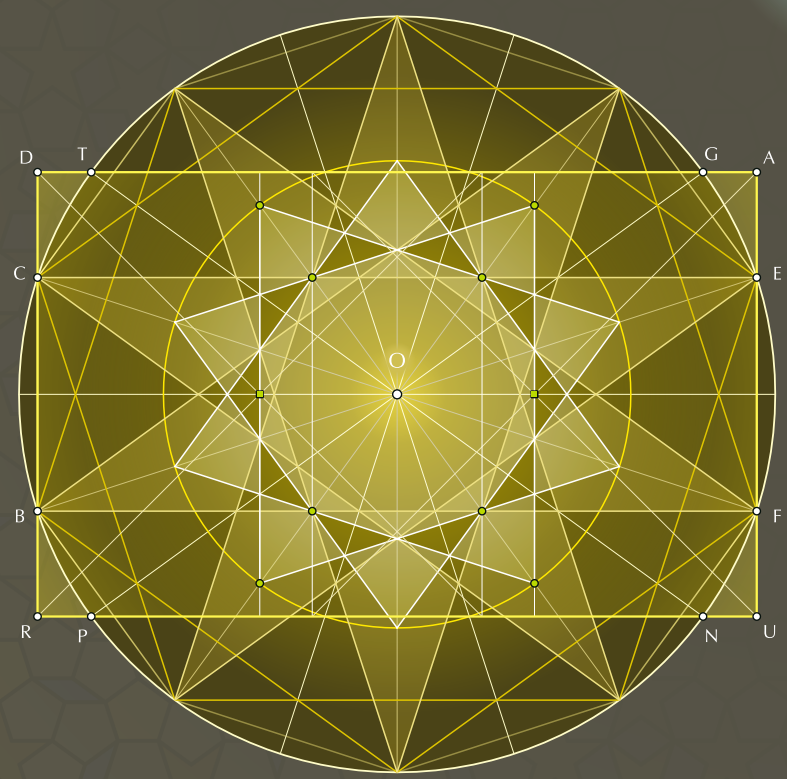
1.1



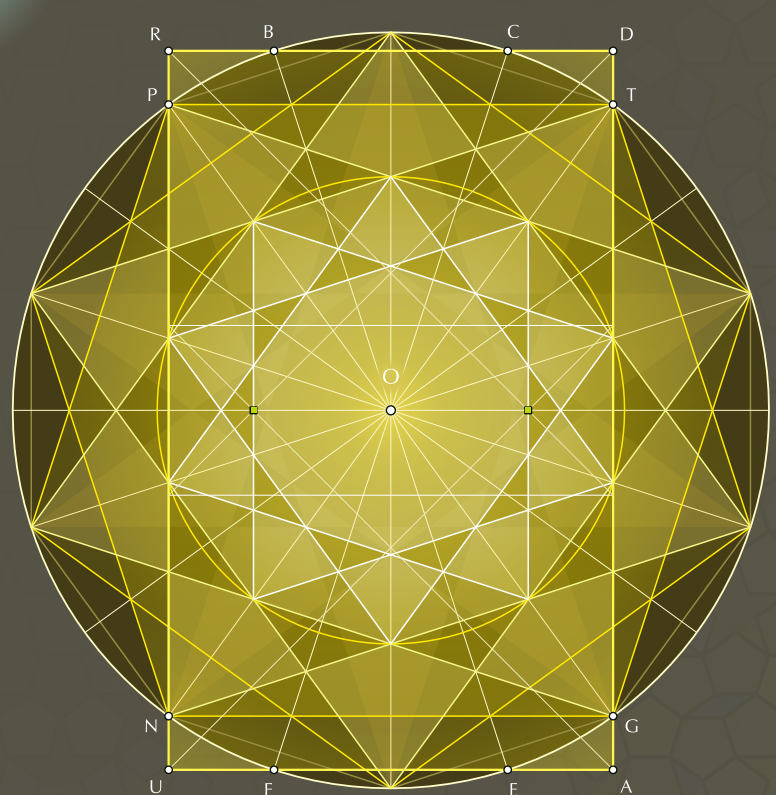
1.2



2.1



2.2



2. DREPTUNGHIU de AUR cu LATURA MICĂ EGALĂ cu LATURA PENTAGONULUI ÎNSCRIS în CERCUL DIRECTOR

→ Matila C. Ghyka, *The Geometry of Art and Life*
planșa VII; p.36: text și figura 32; planșa XLIII

3. DREPTUNGHIUL de AUR ÎNSCRIS în CERCUL DIRECTOR

construcție

- 3.1. Du prin punctele B și C (intersecții ale laturilor pentagoanelor înscrise în cercul director) paralele la diametrul vertical al cercului director. Intersecțiile lor cu cercul director sunt vârfurile dreptunghiului de aur înscris în acesta.
- 3.2. Du prin punctele E și F (intersecții ale laturilor pentagramelor înscrise în cercul director) paralele la diametrul vertical al cercului director. Intersecțiile lor cu cercul director sunt vârfurile dreptunghiului de aur înscris în acesta.

demonstrație

- 3.1. În cercul 2 de raze OB, OP, OS sau OC, PS este latura decagonului regulat înscris în el. În paralelogramul OPST PS = OT. În cercul de rază OT, aceasta este egală cu OF și OG. Este demonstrat că latura decagonului regulat înscris într-un cerc și raza acestuia sunt în raport Φ , așa că dreptunghiul OFAC este un dreptunghi de aur. Cum OFAC și DAUR sunt din construcție dreptunghiuri asemenea, rezultă că DAUR este și el un dreptunghi de aur, DA/AU = Φ
- 3.2. Din construcția (prin metoda prezentată în p.xx) a pentagonului GKLNP înscris în cercul 2, rezultă că HO/OF = Φ iar GF = GK (arcul de cerc de rază HO cu centrul în H intersectează cercul 2 în I și J; dreapta dusă prin I și J împarte raza OH în două în punctul M; arcul de cerc de rază MG cu centrul în M intersectează diametrul orizontal al cercului director în F; arcul de cerc de rază GF cu centrul în G intersectează cercul director în P și K). Cum în paralelogramul OGKS latura GK a pentagonului nou construit este egală cu raza OS a cercului director, ipotenuza GF a triunghiului OGF este egală cu raza cercului director; ipotenuza OD a triunghiului FOD fiind și ea raza cercului director, rezultă că triunghiurile OGF și FOD sunt egale, iar OG = FD. Astfel OGDF este: a. un dreptunghi, drepte paralele la diametrul orizontal al cercului director duse prin punctele D, A, U și R de pe acesta, obținute prin construcția de la 1.2 trecând prin punctele G și S. (demonstrația este evident valabilă și pentru construcția de la 3.1) b. un dreptunghi de aur, dacă HO/OF = Φ , HO fiind egal cu OG atunci și OG/OF = Φ . OGDF și DAUR fiind din construcție dreptunghiuri asemenea, rezultă că ultimul este și el un dreptunghi de aur.

observă cum:

în construcția orizontală, centrele, marcate cu verde, ale pătratelor-gnomon din dreptunghiul de aur, coincid cu intersecțiile laturilor pentagramelor înscrise în cercul director, între ele și cu diametrul orizontal al cercului director;

în construcția verticală, punctele de intersecție, marcate cu verde, ale diagonalelor pătratelor-gnomon din dreptunghiul de aur, coincid cu intersecțiile laturilor pentagramelor înscrise în cercul director, între ele și cu diametrul orizontal al cercului director.



4. DREPTUNGHIUL de AUR cu LATURA MICĂ EGALĂ cu RAZA CERCULUI DIRECTOR

construcție

- 4.1. Unește extremitățile diametrelor IH și GJ pentru a obține segmentele verticale GI și HJ, egale cu latura pentagonului regulat înscris în cercul director . Du prin punctele B și C, respectiv E și F (intersecții ale laturilor decagonului stelat înscris în cercul director) drepte care intersectează GI în punctele D și R iar HJ în punctele A și U. Dreptunghiul DAUR obținut are latura mică egală cu raza cercului director iar raportul dintre latura mare și cea mică egal cu Φ . *Observă că pentru construcția dreptunghiului DAUR pot fi folosite în mod alternativ punctele de culoare albastră.*
- 4.2. Construiește cercul care trece prin vârfurile pentagoanelor stelate interioare și intersectează diametrele GJ și IH ale cercului director în punctele E, C, F și B. Du prin E și F, respectiv B și C, drepte care intersectează laturile LM și ST ale pentagoanelor regulate înscrise în cercul director în punctele R, D, U și A. DAUR este dreptunghiul căutat.

demonstrație

În construcția 4.1. în paralelogramul BNOE latura verticală BE este egală cu laturile mici ale dreptunghiului DAUR și cu ON care este raza cercului director, DR și AU fiind așadar egale cu ON În construcția 4.2. laturile mari ale dreptunghiului DAUR sunt egale cu latura decagonului regulat stelat înscris în cercul director. Este demonstrat că latura decagonului regulat stelat înscris într-un cerc și raza acestuia sunt în raport Φ , așa că în dreptunghiul DAUR DA/AU=UR/RD= Φ .

observă cum:

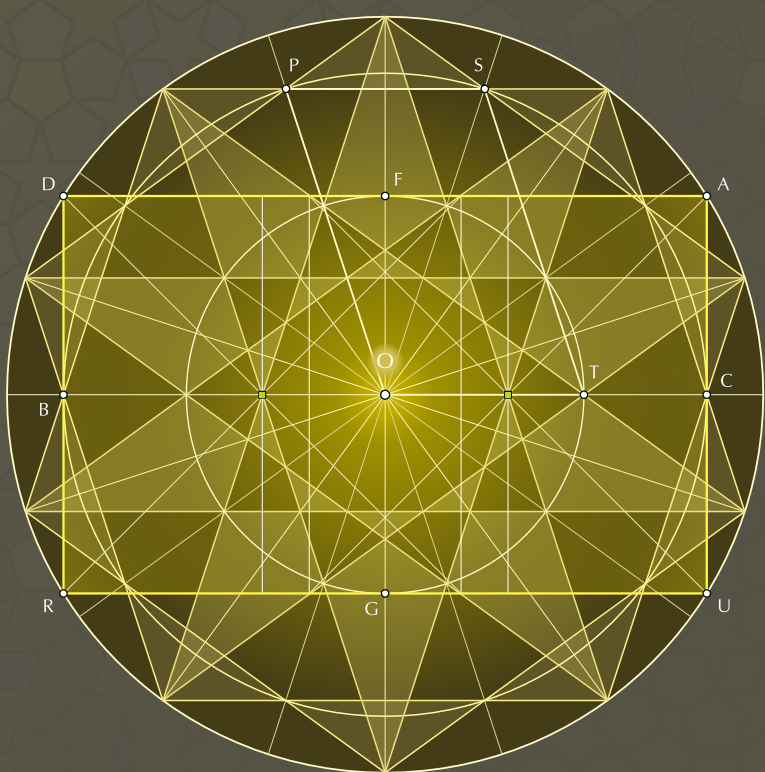
în construcția orizontală, punctele de intersecție, marcate cu verde, ale diagonalelor pătratelor-gnomon din dreptunghiul de aur, coincid cu intersecțiile dintre laturile orizontale ale pentagramelor înscrise în cercul director cu diametrul lui vertical;

în construcția verticală a. laturile orizontale interioare ale pătratelor-gnomon coincid cu laturile orizontale ale pentagramelor interioare; b. liniile mijlocii orizontale ale pătratelor-gnomon coincid cu laturile orizontale ale pentagramelor înscrise în cercul director.

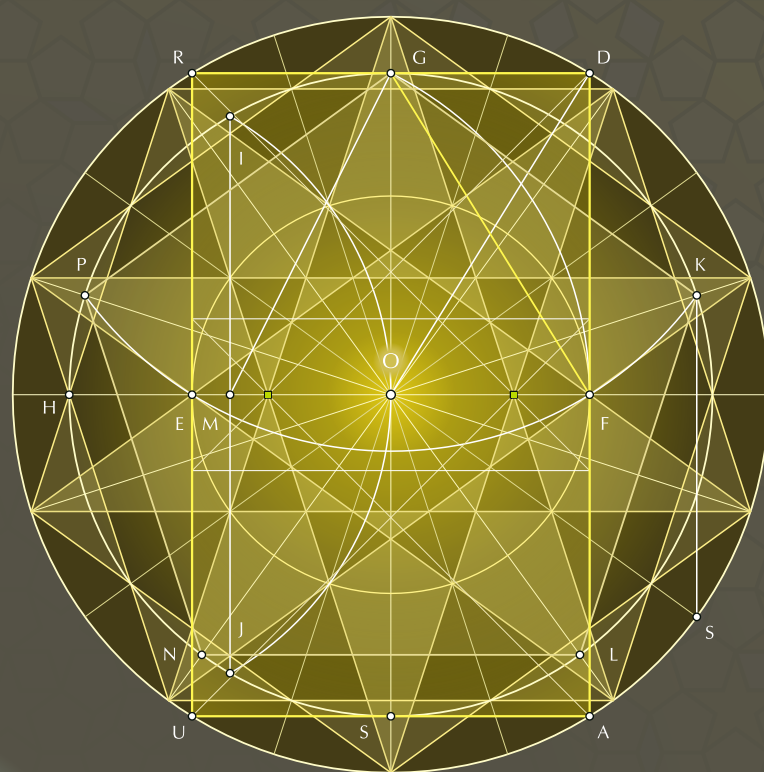
DIAGRAMA DIRECTOARE DECAGONALĂ și DREPTUNGHUL de AUR
· 2 ·

3. DREPTUNGHUL de AUR ÎNSCRIS în CERCUL DIRECTOR

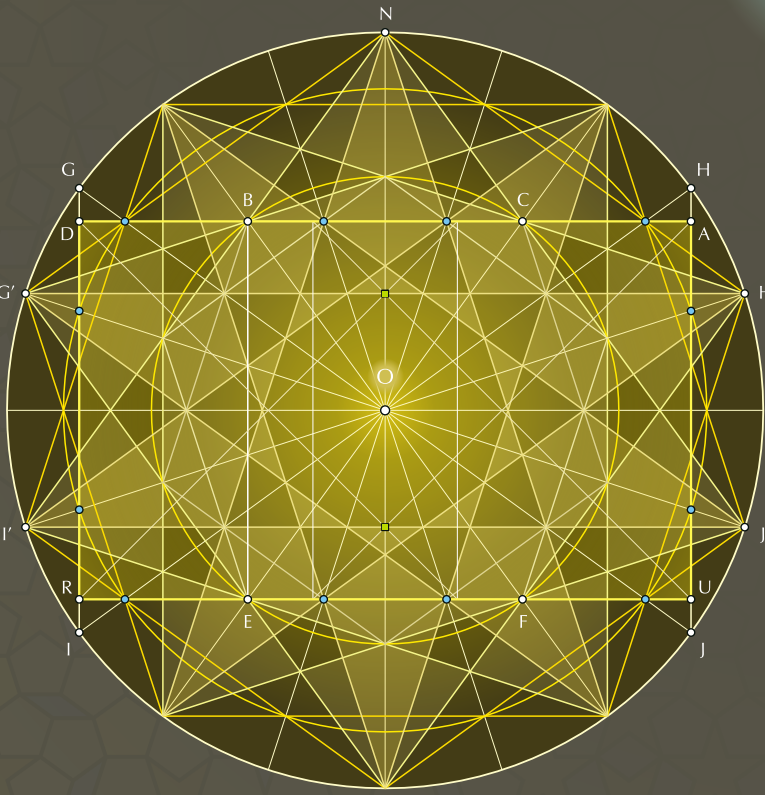
3.1



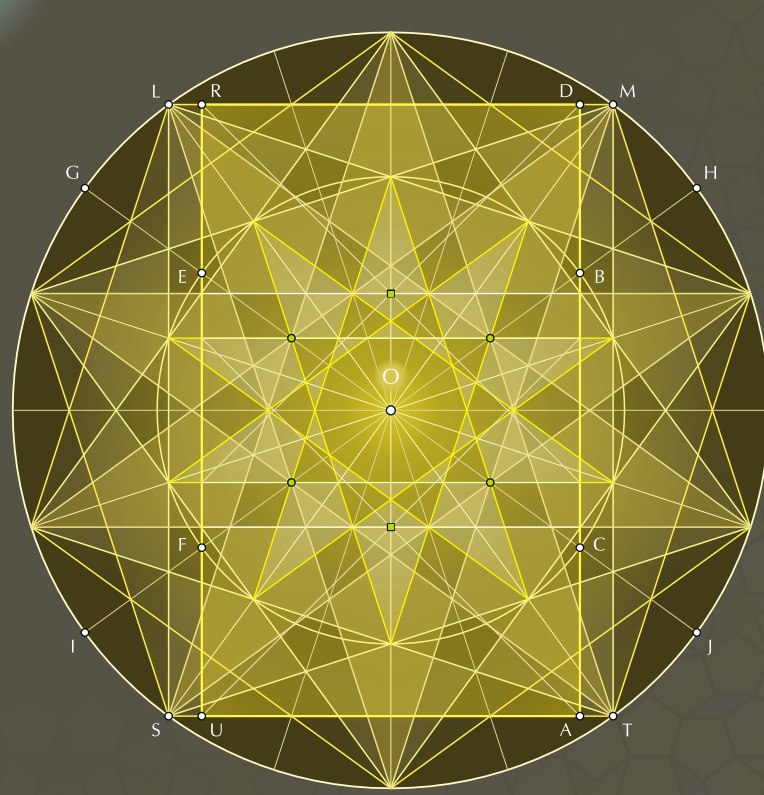
3.2



4.1



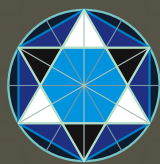
4.2



4. DREPTUNGHUL de AUR cu LATURA MICĂ EGALĂ cu RAZA CERCULUI DIRECTOR

→ Matila C. Ghyka, *The Geometry of Art and Life*
planșa VII; p.36: text și figura 32; planșa XLIII

DIAGRAMA DIRECTOARE DECAGONALĂ și HEXAGRAMA



Figurile de aici prezintă câteva aspecte ale relațiilor geometrice dintre ȘASE și ZECE

1. DREPTUNGHIUUL de AUR cu LATURA MICĂ
EGALĂ cu RAZA CERCULUI DIRECTOR
ca rezultat al al combinației decagonului cu hexagrama

construcție

În acest caz, din diagrama decagonală este folosit doar decagonul compus din două pentagoane convexe, drept și invers, înscrise în cercul director. Construiește o hexagramă înscrisă și ea în cercul director având două din vârfuri coincidente cu extremitățile diametrului orizontal al acestuia. Punctele D, A, U și R, rezultate din intersecția laturilor orizontale PT și G₁N ale pentagoanelor, cu laturile verticale XG₂ și MH ale hexagramei, sunt vârfurile dreptunghiului de aur căutat.

demonstrație

Egalitatea dintre latura mică a DAUR și raza cercului director este mai mult decât evidentă, RD și UA fiind egale cu HX și MG₂, două din laturile hexagonului regulat înscris în cercul director, laturi la rândul lor egale cu raza acestuia. Latura mare a dreptunghiului DAUR este egală, ca și în construcția 4.2, cu latura decagonului regulat stelat înscris în cercul director. Este demonstrat că raza cercului circumscris decagonului regulat stelat și latura acestuia sunt în raport Φ , așa că în dreptunghiul DAUR $DA/AU=UR/RD=\Phi$.

•

2. ANSAMBLUL DECAGOANELOR INTERIOARE și HEXAGRAMA

observă că:

În această combinație, hexagrama poate fi construită folosind punctele de intersecție marcate ale poligoanelor diagramei decagonale.

Laturile orizontale ale hexagramei pot fi trasate fie a. ducând paralele la diametrul orizontal prin oricare din punctele albe sau verzi, fie b. ducând drepte prin oricare pereche de puncte albe și verzi alese deasupra respectiv dedesubtul diametrului orizontal al cercului director. Punctele obținute din intersecțiile cu cercul director ale dreptelor trasate, sunt patru din vârfurile hexagramei, celelalte două vârfuri fiind extremitățile N și S ale diametrului vertical.

Laturile orizontale AB și CD ale pentagoanelor convexe, drept și invers, înscrise în cercul interior sunt coincidente cu laturile orizontale ale hexagramei. Laturile pentagoanelor amintite formează de asemenea un decagon regulat convex, rotit cu 90° față de cel înscris în cercul director și având două din laturi coincidente cu laturile orizontale ale hexagramei.

A, B, C și D (și într-o mai mică măsură punctele verzi) devin aici un fel de „noduri de forță”, fiind puncte structurale pentru mai multe figuri ale ansamblului:

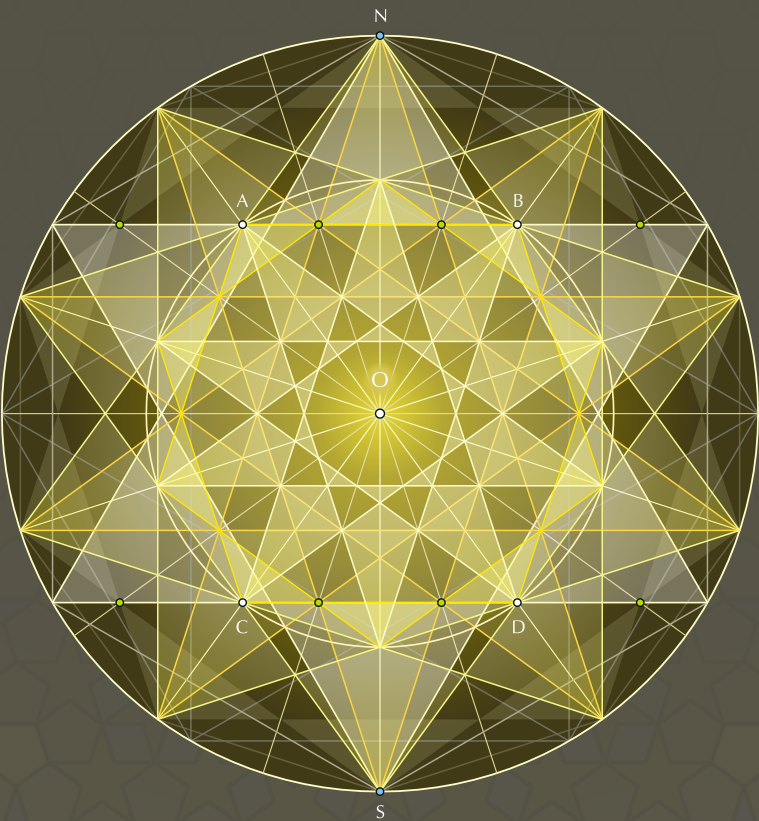
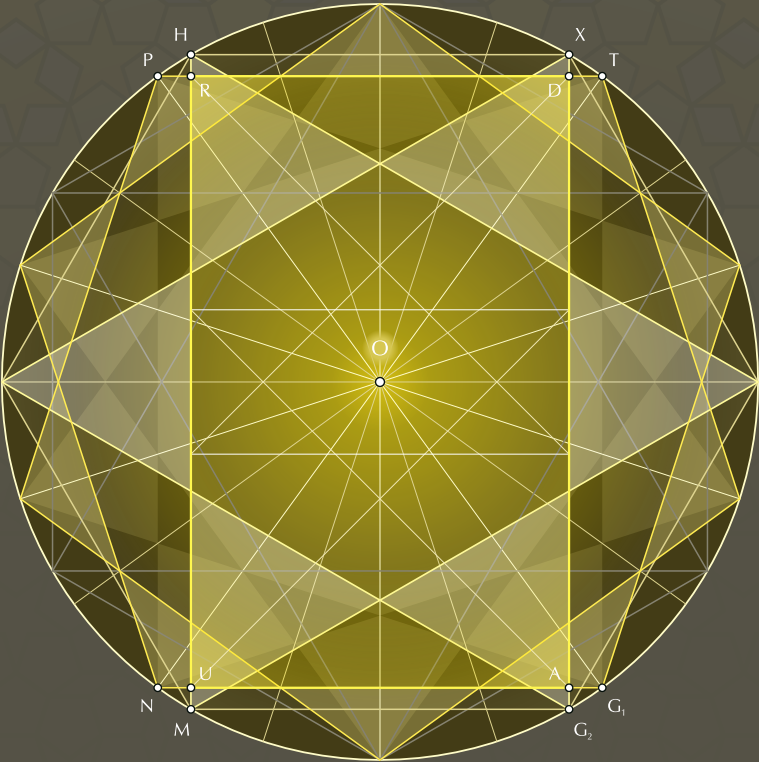
- intersecții ale laturilor decagonului stelat
- intersecții ale laturilor orizontale ale hexagramei cu câte două din laturile decagonului stelat
- vârfuri ale pentagoanelor drept și invers înscrise în cercul interior
- vârfuri ale pentagramelor dreaptă și inversă înscrise în cercul interior.

•



DIAGRAMA DIRECTOARE DECAGONALĂ și HEXAGRAMA

1. DREPTUNGHUL de AUR cu LATURA MICĂ
EGALĂ cu RAZA CERCULUI DIRECTOR

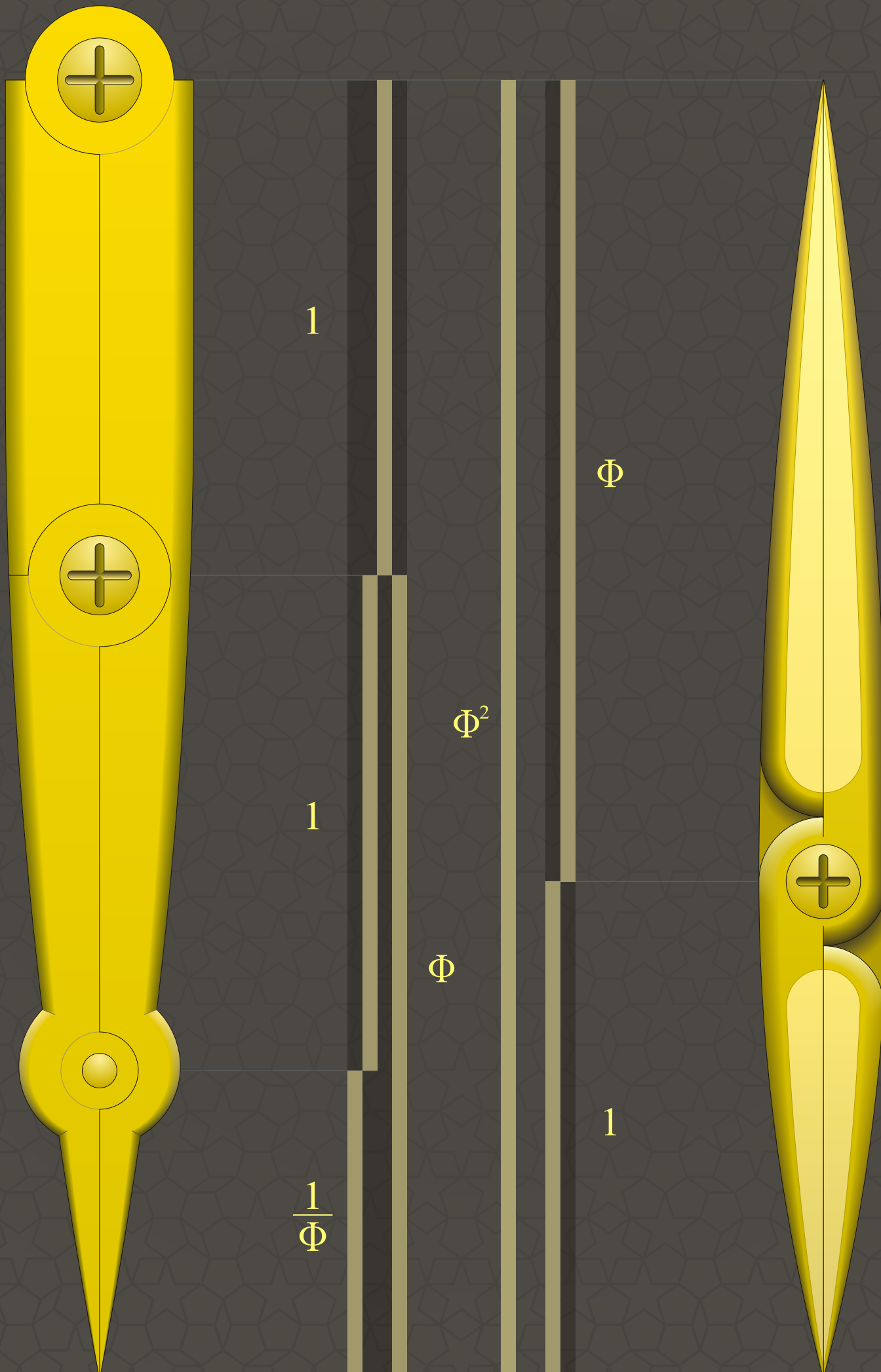


2. ANSAMBLUL DECAGOANELOR INTERIOARE și HEXAGRAMA

COMPASUL DE AUR

MODELUL „Λ”

MODELUL „X”



COMPASUL DE AVR

MODELUL „A”



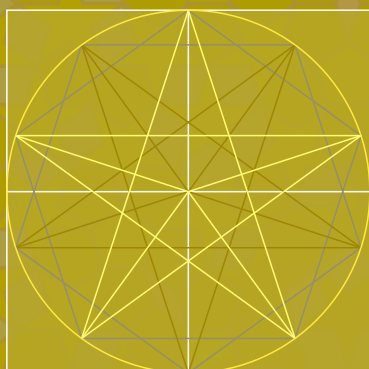
COMPASUL DE AUR

MODELUL „X”

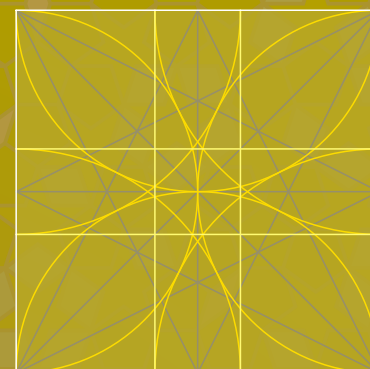


1

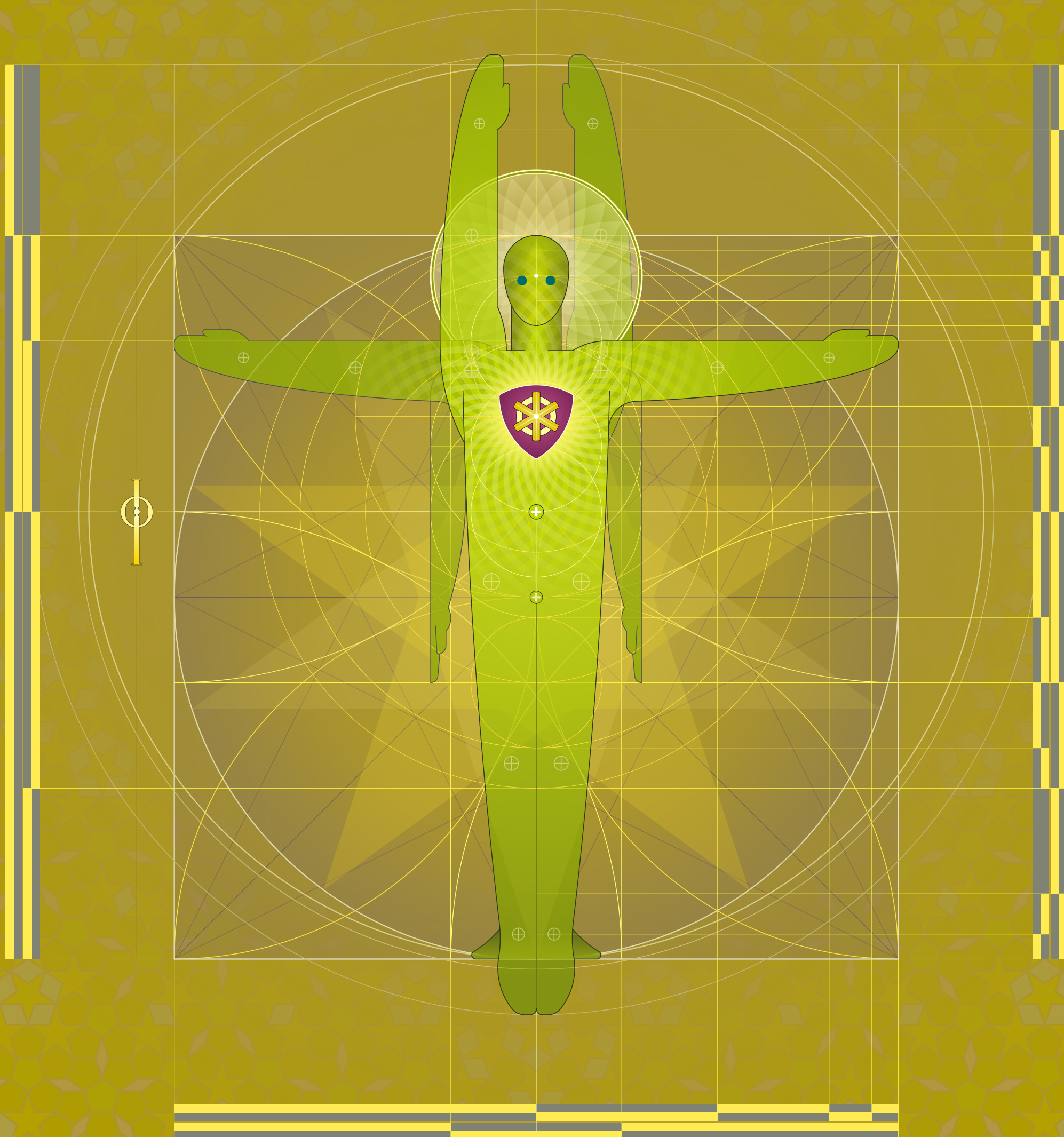
SECȚIUNEA de AUR și OMUL



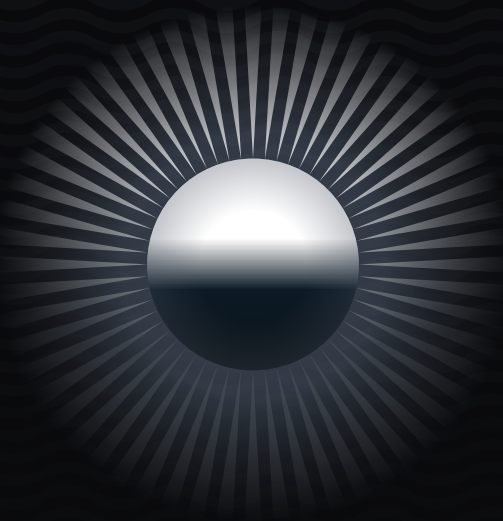
PENTAGRAMA



SECȚIUNEA de AUR

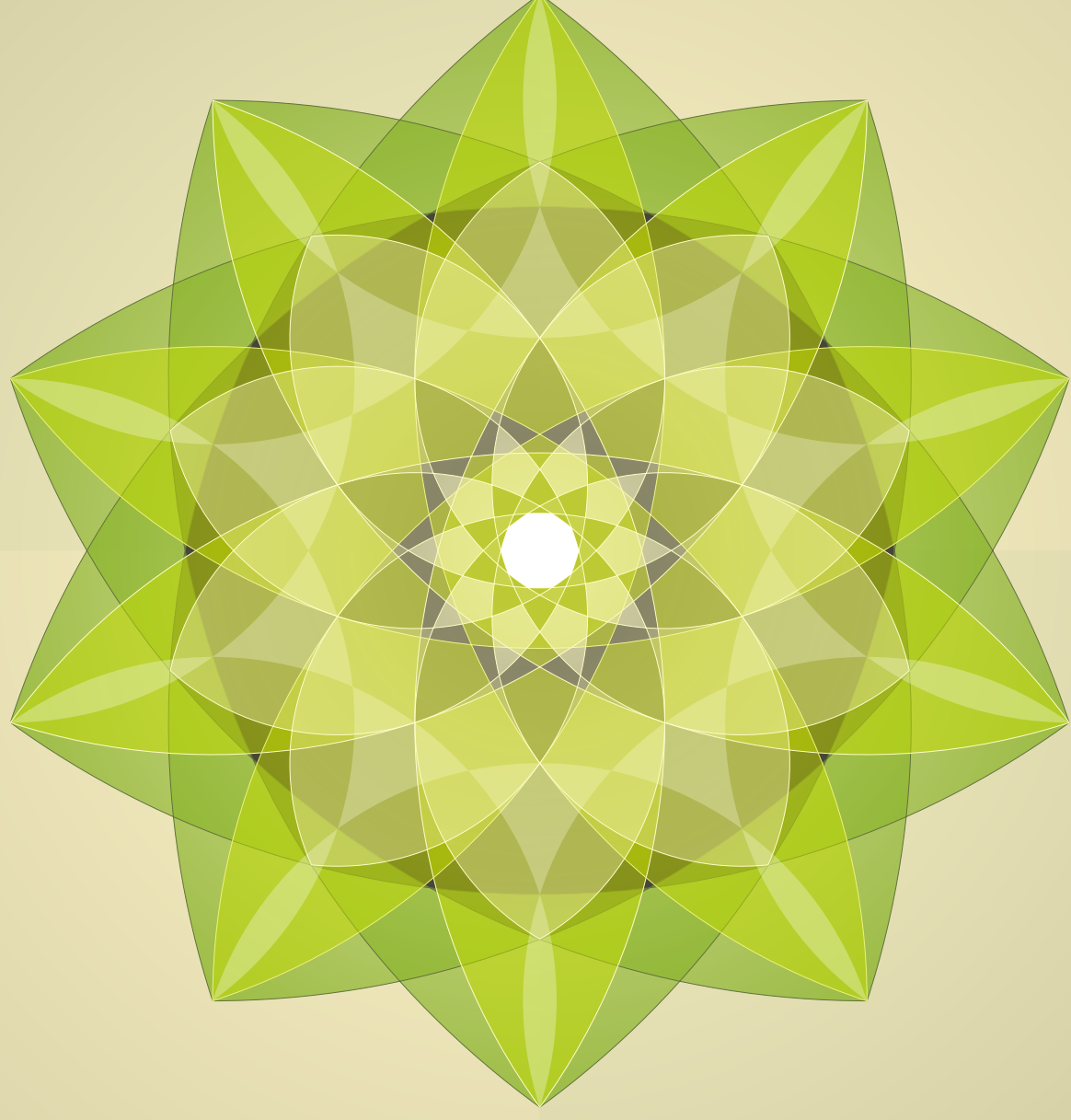


→ Matila C. Ghyka, *Esthétique des proportions dans la nature et dans les arts*
→ H.R.Radian, *Cartea proporțiilor*, p.262 fig.91



... CI TOATE LE-AI RÂNDUIT CU MĂSURĂ, CU NUMĂR ȘI CUMPĂNĂ.

CARTEA ÎNȚELEPCIUNII LUI SOLOMON 11:20



BIBLIOGRAFIE

autori, (traducători, editori, coordonatori) : **titlu.** titlu
editură · serie, colecție · ediție · limbă · format · volume, număr de pagini · isbn
cuvinte cheie

Bouleau, Charles : **Geometria secretă a pictorilor**
Meridiane - București · 1979 · română · cartonată · 287p. înainte de ISBN
artă; pictură; structură; geometrie; compoziție; proporție; armonie; simetrie

Brunés, Tons : **The Secrets of Ancient Geometry and Its Use**
Rhodos - Copenhagen · 1967 English · cartonată · vol.I, 331p. · înainte de ISBN
Brunés, Tons : **The Secrets of Ancient Geometry and Its Use**
Rhodos - Copenhagen · 1967 · English · cartonată · vol.II, 252p. · înainte de ISBN
masonerie; arhitectură; geometrie; proporție; secțiunea sacră; Secțiunea de Aur

Cook, Theodore Andrea : **The Curves of Life**
Dover Publications Inc. - New York · 1979 · English · broșată · 479p. · 0-486-23701-X
natură; știință; artă; creștere; spirală; Fibonacci

Corbusier, Le : **Le Modulor.** Essai sur une mesure harmonique a l’échelle humaine
applicable universellement a l’architecture et a la mécanique
Birkhäuser - Editions d’Architecture, Suisse · 2000 · française · broșată · 239p. · 3-7643-6187-5
Corbusier, Le : **Modulor 2** - 1955. Suite de „Le Modulor”, 1948
Birkhäuser - Editions d’Architecture, Suisse · 2000 · française · broșată · 344p. · 3-7643-6187-5
arhitectură; proporție; modularitate; Secțiunea de Aur

Critchlow, Keith : **Order in Space.** A Design Sourcebook
Thames & Hudson Ltd - London · 2000 · English · broșată · 120p. · 0-500-34033-1
sacru; geometrie; proporție; metafizică

Critchlow, Keith : **The Hidden Geometry of Flowers.** Living Rhythms, Form and Number
Floris Books - Edinburgh, UK · 2014 · English · broșată · 446p. · 978-086315-806-3
botanică; horticultură; floare; geometrie; simetrie; simbol; metafizică; ezoterism

Doczi, György : **The Power of Limits.** Proportional Harmonies in Nature, Art and Architecture
Shambhala - Boston & London · 1994 · English · broșată · 150p. · 0-87773-193-4
proporție; Secțiunea de Aur; artă; natură

Euclid (Fitzpatrick, Richard - translator and editor) : **Euclid’s Elements of Geometry.**
The Greek text of J.L. Heiberg (1883–1885) from Euclidis Elementa, edidit et latinæ interpretatus est
I.L. Heiberg, in ædibus B.G. Teubneri, 1883–1885 · edited, and provided with a modern
English translation by Richard Fitzpatrick, University of Texas at Austin · 2008
Ελληνική (greacă), English · digital (pdf) · 544p. · 978-0-6151-7984-1
matematică; geometrie; poligon; proporție; Secțiunea de Aur

Ghyka, Matila Costiescu : **Estetică și teoria artei**
Științifică și enciclopedică - București · 1981 · română · cartonată · 495p.+ 92 planșe
înainte de ISBN · geometrie; proporție; Secțiunea de Aur; estetică

Ghyka, Matila Costiescu : **Esthetique des proportions dans la nature et dans les arts**
Editions Du Rocher · Gnose · 1987 · française · cartonată · 323p. · 2.268.00543.7
geometrie; proporție; Secțiunea de Aur; natură; artă

Ghyka, Matila Costiescu : **Filosofia și mistica numărului**
Univers Enciclopedic - București · Mentor · 1998 · română · broșată · 293p. · 973-9243-35-5
număr; mistică; filosofie; geometrie

Ghyka, Matila Costiescu : **Le Nombre d’Or**
Gallimard - Paris · nrf · 1959 : 1994 · française · cartonată · 190p. · 2-07-029298-3
geometrie; proporție; Secțiunea de Aur

Ghyka, Matila Costiescu : **The Geometry of Art and Life**
Dover Publications Inc. - New York · 1st: 1977 · English · broșată · 174p. · 0-486-23542-4
geometrie; proporție; Secțiunea de Aur; artă; viață

Hambidge, Jay : **Practical Applications of Dynamic Symmetry**
The Devin-Adair Company - New York · Copyright 1932 by Yale University Press
English · cartonată · 109p. · înainte de ISBN
teoria artei; geometrie; simetrie statică și dinamică; proporție; armonie; Secțiunea de Aur

Hambidge, Jay : **The Elements of Dynamic Symmetry**
Dover Publications Inc. - New York · 1919; 1967 · English · broșată · 133p. · 0-486-21776-0
teoria artei; geometrie; simetrie statică și dinamică; proporție; armonie; Secțiunea de Aur

Herz-Fischler, Roger : **A Mathematical History of the Golden Number**
Dover Publications, Inc. - Mineola, New York · 1998 · English · broșată · 195p.
(10) 0-486-40007-7; (13) 978-0-486-40007-5
matematică; geometrie; istorie; Secțiunea de Aur; Pitagora; Euclid; pentagon

Huntley, H. E. : **The Divine Proportion**. A Study in Mathemetical Beauty
Dover Publications Inc. - New York · 1970 · English · broșată · 186p. · 0-486-22254-3
geometrie; matematică; proporție; Secțiunea de Aur

Iamblichos : **Teologia Aritmeticii**.
Despre simbolismul mistic, matematic și cosmologic al primelor zece numere
Herald - București · Cărți fundamentale · 2006 · română · broșată · 190p.
(10) 973-7970-81-0; (13) 978-973-7970-81-7
număr; teologie; mistică; cosmologie; simbol

Lawlor, Robert : **Sacred Geometry** - Philosophy and Practice
Thames & Hudson Ltd - London · Art and Imagination · 1997 · English · broșată · 112p. · 0-500-81030-3
Tradiție; geometrie; sacru; metafizică

Lemoine, Émile : **Géométrographie ou Art des constructions géométriques**
C, Naud, éditeur, Paris · 1902 | gallica.bnf.fr | Bibliothèque nationale de France - Paris · 1977
Français · digital (pdf) - fotocopie · 87p. (în document 119p.)
matematică; geometrie; poligon; proporție; Secțiunea de Aur

Livio, Mario : **The Golden Ratio**. The Story of Phi, the World’s Most Astonishing Number
Broadway Books - New York · 2002 · English · cartonată · 294p. · 0-7679-0815-5
proporție; Secțiunea de Aur; Fibonacci; matematică; teoria artei

Martineau, John; Ashton, Anthony; Lundy, Miranda; Martineau, Jason; Sutton, Daud : **Quadrivium**.
The Four Classical Liberal Arts of Number, Geometry, Music & Cosmology
Wooden Books Ltd. - Glastonbury, UK · 2010 · English · cartonată · 410p. · 978-1-907155-04-8
matematică; geometrie; muzică; astronomie; cosmologie; artă; metafizică

Michell, John : **How the World is Made**. The Story of Creation According to Sacred Geometry
Thames & Hudson Ltd - London · 2009 · English · cartonată · 272p. · 978-0-50051510-5
religie; sacru; ezoterism; Noul Ierusalim; gematrie; număr; geometrie

Olsen, Scott : **The Golden Section** - Nature’s Greatest Secret
Wooden Books Ltd. - Glastonbury, Somerset, UK · 2009 · English · broșată · 58p. · 1 904263 47 X
geometrie; proporție; armonie; Secțiunea de Aur; Phi; Fibonacci; filotaxis; spirală; natură; artă

Pacioli, Luca : **Divina proportione**. Opera a tutti glingegni perspicaci e curiosi necessaria
Que ciascun studioso di philosophia Prospectiva Pictura Sculptura Architectura Musica e
altre Mathematice suavissima sotile e admirabile doctrina consequira e delectarassi
co[n] varie questione de secretissima scientia. (cu ilustrații de Leonardo da Vinci)
<http://archive.org/> · „Venetiis.V.I dus iunii MDVIII” · latină - italiana
digital (pdf) - fotocopie · LXI p. (în document: 318p.)
geometrie; proporție; armonie; Secțiunea de Aur; Phi

Plato (edited by Cooper, John M.) : **Complete Works**
Hackett Publishing Company, Inc. - Indianapolis · 1997
English · cartonată · 1808p. · 0-87220-349-2
filosofie; metafizică; mit; Grecia; antic

Radian, H. R. : **Cartea proporțiilor**
Meridiane - București · Curente și sinteze · 1981 · română · broșată · 287p. · înainte de ISBN
geometrie; raport; proporție; simetrie; compoziție; Secțiunea de Aur; artă; arhitectură

Schneider, Michael S. : **A Beginner’s Guide to Constructing the Universe**
HarperPerennial - a division of Harper Collins Publishers Inc. - New York · 1995
English · broșată · 352p. · 0-06-092671-6
număr; geometrie; Tradiție; religie; sacru; metafizică

Stewart, Malcolm : **Patterns of Eternity**. Sacred geometry and the starcut diagram
Floris Books, Edinburgh, UK · 2009 · English · broșată · 279p. · 978-086315-712-7
sacru, geometrie, Tradiție, număr, diagramă

Sutton, Andrew : **Ruler & Compass**. Practical Geometric Constructions
Wooden Books Ltd. - Glastonbury, Somerset, UK · 2009 · English · broșată · 58p. · 978 1 904263 66 1
matematică; aritmetică; geometrie; compas, riglă; punct; linie; cerc; poligon; Euclid

Thompson, D’Arcy Wentworth : **On Growth and Form**. The Complete Revised Edition
Dover Publications Inc. - New York · 1992 · English · broșată · 1116p. · 0-486-67135-6
natură; biologie; geometrie; proporție; simetrie; spirală

DICȚIONARE, ENCICLOPEDII

• • • : **Dicționar de matematici generale**

Editura enciclopedică română - București · 1974 · română · cartonată · 313p. · *înainte de ISBN*
matematică; geometrie; poligon

• • • : **mică enciclopedie matematică**

(după lucrarea în limba germană „Kleine Enzyklopädie der Mathematik” apărută în a șasea ediție în anul 1971,
cu completările din ediția în limba engleză „Mathematics at a Glance” apărută în anul 1975)

Editura tehnică - București · 1980 · română · cartonată · 926p. · *înainte de ISBN*
matematică; geometrie; poligon; proporție

Ferré, Jean : **Dicționar de simboluri masonice**

Paralela 45 - Pitești · Total · 2004 · română · broșată · 344p. · 973-697-301-8
francmasonerie; ezoterism; geometrie; simbol



INTERNET

Google, Google Images: <https://www.google.com/>

Yahoo: <https://www.yahoo.com/>

Amazon

<http://www.amazon.com/> | <http://www.amazon.co.uk/>
<http://www.amazon.fr/> | <http://www.amazon.it/> | <http://www.amazon.de/>

IMAGINI

Flickr: <https://www.flickr.com/>

Pinterest: <http://www.pinterest.com/>

TEXT ȘI IMAGINI

Wikipedia: <https://en.wikipedia.org/>

Wikimedia: <http://commons.wikimedia.org/>

DOCUMENTE DIGITIZATE

Project Gutenberg: <https://www.gutenberg.org/>

The Internet Archive: <https://archive.org/index.php>

Les Bibliothèques Virtuelles Humanistes: www.bwh.univ-tours.fr/

Scribd: www.scribd.com/

MATEMATICĂ, GEOMETRIE

Cut the Knot: <http://www.cut-the-knot.org>

Forum Geometricorum: <http://www.forumgeom.fau.edu/>

Mathworld: <http://mathworld.wolfram.com/>

<http://www.goldennumber.net/>





Ceea ce a mai fost, aceea va mai fi
și ceea ce s-a întâmplat se va mai petrece,
căci nu este nimic nou sub soare.

Ecclesiastul 1:9

René Guénon
Criza lumii moderne

„Într-o civilizație tradițională
e aproape de neconceput ca cineva să aibă
pretenția de a-și revendica proprietatea asupra unei idei,
iar dacă o face, își pierde orice credit și orice autoritate, fiindcă
ideea respectivă se va reduce la un soi de fantezie fără importanță reală;
dacă o idee e adevărată, ea aparține tuturor celor capabili să o înțeleagă;
dacă e falsă, nu are nici un merit s-o fi inventat.
O idee adevărată nu poate fi «nouă» pentru că adevărul nu e un produs
al spiritului uman, ci există independent de noi, iar noi trebuie
doar să-l cunoaștem; în afara acestei cunoașteri
nu rămâne decât eroarea.”



ZIMBOLURI ♦ 10

©
Tudor Cătălin Urcan
Cluj-Napoca
2016

